Posudek oponenta na bakalářskou práci

Různá zavedení goniometrických funkcí

Kateřina Stuchlá

Předložená práce je věnována zavedení sinu a kosinu na ZŠ, SŠ a VŠ úrovni.

V první kapitole jsou stručně zmíněny vybrané historické údaje, zejména egyptský sklon pyramidy, Ptolemaiův Almagest (zde je názorně ukázán význam Ptolemaiovy věty, která je předchůdcem současných součtových vzorců), Árjabhata, původ samotných názvů sinus a kosinus. Zmíněna jsou také významná jména i aplikace z období od 16. do 19. století.

Druhá kapitola je věnována zavedení sinu a kosinu na druhém stupni základní školy. Správně je připomenuta podobnost pravoúhlých trojúhelníků s vnitřním úhlem velikosti α dle věty *uu*. Ukázány jsou některé vlastnosti sinu a kosinu a odvozeny vybrané základní hodnoty. Následuje několik pohledů do učebnic pro základní školy, hodnocení a porovnání je provedeno tematicky z různých hledisek.

Ve třetí kapitole je sinus a kosinus zaveden středoškolským způsobem pomocí jednotkové kružnice. Odvozeny jsou také základní vlastnosti a vztahy (průběh obou funkcí, parita, součtové vzorce, ...). Nechybí ani komentář k pojetí některých témat ve středoškolských učebnicích.

Poslední kapitola je věnována zavedení funkcí sinus a kosinus na vysoké škole, tj. pomocí mocninných řad a pomocí Eulerových vzorců. Odvozen je Taylorův rozvoj obou funkcí, určen obor konvergence, odvozeny derivace obou funkcí. Následuje zavedení sinu a kosinu pomocí charakteristických vlastností (součtové vzorce a „sklon“ v bodě 0 jedné z funkcí); ukázáno je, že existuje právě jedna dvojice funkcí vyhovující těmto podmínkám. Na závěr je stručně představen poslední způsob zavedení sinu a kosinu pomocí Eulerových vzorců. Ty jsou odvozeny právě pomocí mocninných řad.

Co se týče hodnocení práce, mám několik poznámek.

- Po formální stránce je práce v pořádku, je vysázena v TEXu, opatřena samostatně narýsovanými obrázky, které jsou názorné a dobře doplňují text. Samotný text je srozumitelný, dobře se čte. Vše je řádně citováno.

- Jen místy se objevují nepřesné, nepěkné či chybné formulace, např.: *cesty zavedení* (str. 2 dole); $\alpha \in (0°, 90°)$ (str. 7 dole); *křivku, která zobrazuje* (str. 9 dole); *zavedení kosinové věty* (str. 12 uprostřed); samotná definice velikosti úhlu ve stupňové míře: *takové nezáporné číslo, kterým když vynásobíme jeden stupeň, dostaneme velikost úhlu ASB ve stupních* (str. 13 dole); *tu samou hodnotu* (str. 14 nahoře); *Orientované úhly s velikostí $t + k \cdot 2\pi$ totiž určují pro $t \in \mathbb{R}$ a $k \in \mathbb{Z}$ na jednotkové kružnici stejný bod V* (str. 16 nahoře); *vzorce pro dvojnásobný úhel* (str. 21 uprostřed); *na střední škole se u tématu derivace funkcí uvádí bez důkazu…* (str. 25 dole); *důkazy derivací sinu* (str. 25 dole); *funkce, ze které jsme tuto řadu dělali* (str. 27 dole); *uvnitř poloměru konvergence* (str. 29 dole); na mnoha místech: spojovník místo pomlčky.

- U historického úvodu oceňuji zdůraznění role Ptolemaiovy věty. Na druhé straně, historické poznámky by bylo možno využít ke zdůvodnění, proč je např. sinus na základní škole definován právě jako „protilehlá ku přilehlé“.

Závěrem musím podotknout, že kritické připomínky jsou drobné a nijak nesnižují kvalitu práce.

Vzhledem k výše uvedenému doporučuji, aby byla tato práce uznána jako bakalářská, a doporučuji ji k obhajobě. Navrhuji hodnocení ***výborně***.

Praha 26. srpna 2023

Zdeněk Halas, DiS., Ph.D.
Katedra didaktiky matematiky