

Matěj Půlpán: *Mocnost bodu ke kružnici*

Oponentský posudek bakalářské práce

Dle zadání práce se student měl pečlivě seznámit s dostupnou literaturou k danému tématu, stručně přiblížit čtenáři danou problematiku, na konkrétních příkladech ukázat praktické využití mocnosti při řešení úloh a v důkazech planimetrických věta a nastínit možnosti rozšíření pojmu do trojrozměrného prostoru.

Stanovený cíl byl dle mého názoru splněn. Práce je rozdělena do tří kapitol. V první je motivován a definován pojem mocnost bodu ke kružnici, jsou zmíněny související pojmy jako chordála dvou kružnic nebo potenční střed tří kružnic. Ve druhé kapitole jsou provedeny důkazy šesti různých planimetrických vět, v nichž je mocnost bodu ke kružnici využita. Ve třetí kapitole student pomocí mocnosti bodu ke kružnici řeší 10 různých úloh. Konečně čtvrtá kapitola představuje dva možné přístupy k rozšíření, resp. zobecnění studovaného pojmu, a sice mocnost bodu ke sféře (tedy rozšíření do 3D prostoru) a Darbouxův součin dvou kružnic, tj. vztah mezi dvěma kružnicemi, jehož speciálním případem je právě mocnost bodu (chápaného jako kružnici s nulovým poloměrem) ke kružnici. Práce je psána srozumitelně a poměrně čtivě (viz připomínky dále), zarazil mne pouze konec Závěru, který působí nedokončeně. Práce může být inspirací učitelům středoškolských výběrových seminářů z matematiky nebo posloužit jako studijní literatura studentům vysokoškolských kurzů elementární syntetické geometrie.

Práce sice nepřináší zásadní nové přístupy ke studovanému pojmu (což bych ani v bakalářské práci na dané téma nečekala), nicméně je zřetelné, že se student tématu věnoval poctivě a nastudoval řadu informací, s nimiž se během studia ve výuce nesetkal. Informace vhodně utřídil a srozumitelně zprostředkoval. Celkově práce působí uceleně, promyšleně a kvalitně. Ke zpracování mám však řadu drobných připomínek.

Z matematického hlediska se v práci vyskytují drobné nepřesnosti, například:

- Splývají pojmy strana/délka strany (s. 4 aj.).
- Nejsem si jistá, co chtěl autor říci větou „Tato funkce je posunuta v záporném směru osy y o hodnotu r^2 .“ I když pomínu, že neposouváme funkci, ale graf, tak vlastně nevím, proč je zmíněno nějaké posunutí, neboť graf kvadratické funkce nutně nemusí procházet počátkem.
- Opakovaně je použit nesprávný termín „obvodový úhel náležící oblouku kružnice“.
- Nejednotné značení potenčního středu (P/A) na s. 19.
- Ve Větě 15 (s. 31) je nutné předpokládat, že středy sfér jsou nekomplanární (nekolinearita nestačí).
- Věta 16 (s. 33–34) - nepřesný termín „odchylka tečen v bodě dotyku“. Jde o odchylku tečen k daným kružnicím v průsečíku těchto kružnic.
- 34₈: $S_1 \rightarrow S_2$ (patrně jen překlep).
- Je třeba v textu zavést vždy označení pojmů, s nimiž se dále (např. v úpravách vztahů) pracuje (např. s. 5²: „Pojďme se nyní podívat na speciální případ, kdy sečna bude procházet středem kružnice.“ \rightarrow „...středem S kružnice k “; obdobně s. 5 poslední odstavec; s. 13 – pracuje se s proměnnou x aniž by bylo uvedeno, co představuje; s. 14 – pracuje se s bodem E , aniž by bylo zmíněno, co je to za bod, atd.).

- Občas je nevhodně ve větě umístěný název objektu – např. označení množiny M ve Větě 2 (s. 7): „Množinou všech bodů v rovině M , které...“ nebo není správný slovosled, což může vést k nesprávnému pochopení formulace (např. v téže větě je matoucí, která z kružnic má poloměr $|SM|$ – tato informace měla přijít dříve, ne až na konci věty). Obdobně matoucí slovosled je v zadání př. 11 (s. 32): „... Určete množinu všech středů sfér...“; mělo být „... množinu středů všech sfér...“; nebo Věta 17 (s. 35): „Vedeme tečny z jednoho středu kružnice...“ (správně je „Vedeme tečny ze středu jedné z kružnic...“) apod.

Z **didaktických/metodických** důvodů nepovažuji za šťastné zmiňovat věty bez důkazů (nebo alespoň odkazů na ně do jiné literatury) ani ponechávat některé úkony (dokončení důkazu, řešení, rozmyšlení problému apod.) na čtenářích.

Dále, pokud dosazujeme do jistého vztahu, doporučuji dodržet při další úpravě pořadí dosazených výrazů (např. vztah 2.3 vs. 2.1 na s. 9). Ve třetí kapitole jsou veškeré dané údaje bez jednotek, což není na střední škole obvyklé, mohla by k tomu být (třeba v Úvodu) nějaká poznámka. V první větě zadání příkladu 8 (s. 23) lze jednoduše říci, že kružnice mají tzv. vnitřní dotyk.

Občas, v porovnání s podrobností jiných pasáží, dochází k myšlenkové zkratce – např. na str. 11 postrádám větší přiblížení faktu, že úsečka $C'D$ má stejnou délku jako úsečka CD . Na s. 12 je použita obrácená Pýthagorova věta (důkaz tohoto tvrzení též není triviální a domnívám se, že by v práci mohl být na něj alespoň odkaz). Na s. 16 je bez vysvětlení využit vztah pro součet velikostí protějších úhlů třetivého čtyřúhelníku. Na s. 24 se využívá tvrzení, že osa vnitřního úhlu trojúhelníku dělí protější stranu v poměru délek přilehlých stran apod. Poslední tvrzení ze zde uvedených případů není na SŠ ani vyučováno a jistě by tedy stálo za podrobnější zmínku či odkaz na zdroj, kde je dokázáno.

K jazyku, typografii a jiným formálním náležitostem mám následující připomínky:

- V poslední větě Úvodu chybí sloveso (ve druhé části souvětí). Totéž i občas v textu, např. 35¹¹.
- Autor nadužívá zvrtná zájmena si/se (např. „Trojúhelníky jsou si podobné.“).
- Vzdálenosti nanášíme, nikoliv „vynášíme“ (s. 19).
- V práci se vyskytuje nejednotné psaní jmen antických matematiků („Pýthagorova věta“, ale „Apolloniova kružnice“ nebo „Thaletova věta“).
- Nikoliv „sinovy“, ale „sinové“ věty (s. 34).
- Doporučuji vyvarovat se formulací typu „To vypadá slibně“, „Což je něco, co určitě nechceme“, ... a nezačínat věty slovy „Což...“, „Tedy...“ (např. věta na s. 11₉₋₇), „Kde...“, „Čímž...“
- Obecné úpravy bych nenazývala „počítáním“ (např. s. 10: „Nyní stačí spočítat mocnost...“ → „Nyní stačí vyjádřit mocnost...“) – toto se opakuje často.
- Obecně lze říci, že chyb a překlepů je v práci, s ohledem na její rozsah, poměrně hodně, jen v kap. 1 (tj. 6, resp. 5 stran + 1 strana s obrázkem):
 - 3₉: jehož → jejichž (obdélníky, jejichž strany...), 4⁵: Případ → Případ, 5¹²: kužnici → kružnici.
 - Minimálně 8 chyb v interpunkci (chybí, nebo přebývá čárka).
- Chybí odkazy na většinu obrázků, což je pro čtenáře značně nekomfortní, zejména, když některé údaje (označení apod.), o němž se v textu píše, lze vyčíst pouze v příslušném obrázku.
- Občas se vyskytuje nevhodný řádkový zlom (např. 4₁, 5₁, 5 – poznámka pod čarou č. 2, 15₂, 19₇ aj.).

- Typograficky není vhodné kombinovat uvozovky a kurzívu (viz znění vět). Obecně stačí jen jeden z typů zdůraznění, v tomto případě není třeba nic z tohoto. Navíc kurzíva použitá v delším matematickém textu snižuje čitelnost a odkazy na literaturu u znění vět by kurzívou být neměly, neboť nejsou součástí těch vět.
- V seznamu literatury jsou použité různé citační vzory (občas je uvedeno místo vydání, občas ne).
- Píše-li se v textu o přímce, doporučuji v obrázku naznačit prodloužení příslušné úsečky za zobrazené body (v obrázcích jsou spíše modely úseček než přímek – viz např. obr. 1.4, obr. 2.1 aj.). Lépe by vypadalo v obrázcích TeXovské písmo a jednotná velikost popisků. Obrázek 3.7 není v dostatečné kvalitě (patrně důsledek nějakého převodu formátu a komprese). Čtení též komplikuje fakt, že se zpravidla obrázek ocitl na jiné straně než příslušný text.

Předloženou práci doporučuji uzнат jako bakalářskou na učitelském studiu. S ohledem na výše uvedené navrhuji hodnocení *velmi dobře*.

V Praze dne 11. 6. 2024

RNDr. Vlasta Moravcová, Ph.D.
Katedra didaktiky matematiky MFF UK