

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Univerzalita množin bodů pro alternující hamiltonovské cesty

Autor: Ali Czech

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce je z oboru diskrétní geometrie. Hlavní otázkou, kterou se zabývá, je existence (barevně) alternující nekřížící se Hamiltonovské cesty nakreslené pomocí navzájem nekřížících se úseček (ve zkratce NHAP) na různých množinách bodů tvořených stejně mnoha modrými a červenými body. Jedná se o práci s novými výsledky.

První a druhá kapitola slouží jako úvod do dané problematiky a jsou tam zadefinovány potřebné pojmy.

V třetí kapitole je dokázáno, že pro každé n alespoň 8 existuje konfigurace n červených a n modrých bodů na kružnici, která neobsahuje NHAP. Zároveň konfigurace 8 červených a 8 modrých bodů na kružnici jsou rozebrány dopodrobna.

Čtvrtá kapitola se věnuje nové konfiguraci bodů, takzvaného dvoj-oblouku, a je tady dokázáno, že existuje obarvená konfigurace dvoj-oblouku se stejným počtem červených a modrých bodů, která neobsahuje NHAP. A tedy dvoj-oblouk narozdíl od podobné známé konfigurace dvoj-řetězce není univerzální.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Práce byla zadána jako teoretická, a tedy jejím hlavním cílem bylo dokázání nových poznatků.

Práce obsahuje nové výsledky, hlavně Větu 10 ve čtvrté kapitole, takže z tohoto hlediska je téma splněné, nicméně nedostatky v důkazech jsou takové, že jen z práce nejsem přesvědčen o správnosti hlavních důkazů. Z mého pohledu hlavní kapitola, kapitola 4, je navíc velmi stručná.

Vlastní příspěvek. Hlavní příspěvek práce je Věta 2 a Věta 10.

Nicméně Věta 2 se nedá považovat za nový výsledek, protože podobná verze (i když bez formálních důkazů a jen pro počet bodů dělitelný čtyřmi) byla uvedena například v článku "Long alternating paths in bicolored point sets" z roku 2008 od Kynčla, Pacha a Tótha případně v přehledovém článku "Discrete Geometry on Colored Point Sets in the Plane—A Survey" z roku 2020 od Kana a Urrutii. Hlavní nalezená konfigurace na 16 bodech je nakreslena v druhém z nich (obrázek 36 (2)).

Vlastní příspěvek třetí kapitoly je tedy hlavně ve formálním důkazu Věty 2 a podrobném rozebrání konfigurace 8 červených a 8 modrých bodů na kružnici. Vlastní příspěvek čtvrté kapitoly, Věta 4, je naopak úplně nový a z mého pohledu dostatečně zajímavý. Nicméně důkaz této věty je v práci značně stručný a z práce nejsem přesvědčen o správnosti věty.

Práce zároveň neobsahuje dostatečně rozsáhlý přehled známé literatury, který by se dal považovat za vlastní příspěvek.

Matematická úroveň. Matematickou úroveň práce nepovažuji za dobrou. Například už v abstraktu (i úvodu) jsou hlavní pojmy zavedeny nepřesně. Konkrétně v stručné definici NHAP v úvodu se mluví o obarvení vrcholů grafu a následném nakreslení takového grafu na obarvenou množinu

bodů, nicméně takové nakreslení nebere ohled na obarvení vrcholů grafu. Tento konkrétní nedostatek je následně trochu napraven správnou Definicí 9 v druhé kapitole.

Ani formální definice se v práci nevyhnuly nepřesnostem, například v Definicí 10 nesmíme u univerzality uvažovat libovolné obarvení bodů, ale pouze obarvení používající vyrovnaný počet červených a modrých bodů. Chybí také definice obecné polohy.

Nicméně hlavní problém vidím ve znění vět a v jejich důkazech. Znění hlavních technických vět je často nejednoznačné, což i následný důkaz dělá nepřesný a důkazy jako takové obsahují i další nepřesnosti. Například ve znění a následném důkazu Věty 4 mi přijde, že se spíše konstruuje strom nežli cesta. To souvisí s obecnějším problémem toho, že při důkazech neexistence NHAP práce často bez důkazu prohlásí, že případné NHAP musí začínat a končit v konkrétních bodech ale tento fakt dostatečně nezdůvodní. V druhé hlavní technické větě, Větě 11, není napsané, jak jsou červené a modré body uspořádané na spodním oblouku i když pro některá obarvení spodního oblouku zřejmě NHAP existuje.

Další nepřesnosti jsou uvedeny níže v konkrétních otázkách.

Práce se zdroji. Použité zdroje jsou dostatečně a přesně citovány. Nicméně práce obsahuje pouze 3 zdroje i když pro danou problematiku jich existuje více (2 jsou napsané výše). Jak jsem také uvedl výše, tak Větu 2 by bylo správné z větší části považovat za už dříve dokázanou, což právě vychází z toho, že práce neobsahuje všechny relevantní zdroje.

Formální úprava. Práce je napsána srozumitelnou češtinou. Nicméně také obsahuje netriviální množství překlepů a gramatických chyb (namátkou - v abstraktu se používají písmena „M“ a „S“ pro to samé, na straně 3 kružnice dominuje ostatní konfigurace a ne naopak, na straně 5 Definice 5 je matoucí asi má být „tvořené“ místo „tvořených“ a „ n z nich jsou“ místo „ n jsou“.)

Práce je přehledně rozdělena do kapitol a dobře využívá strukturalizace do vět, tvrzení, definic a dalších prvků. V práci nicméně chybí závěr. V úvodu také chybí přehled kapitol.

V seznamu použité literatury bývá zvykem neudávat DOI, URL i ISSN dohromady, většinou se používá jen DOI a v případě on-line zdrojů bez DOI se použije jen URL.

KONKRÉTNÍ PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Obrázek 1.1 neodpovídá textu a je sám o sobě špatně protože na něm NHAP existuje.
2. Chybí důkaz Pozorování 1 a 3. Pozorování 1 by mělo být před Definicí 5.
3. Jak jsem psal výše Tvrzení 4 je nepřesné. Kdybychom nezávisle z každého bodu vybrali bod opačné barvy, se kterým ho spojíme a toto iterovali, tak nám ve výsledku vyjde strom.
4. Proč si můžeme v Tvrzení 8 dovolit zahájit NHAP v bodě b'_1 , když chceme dokázat neexistenci NHAP?
5. Na začátku kapitoly 3.1.3 je položena otázka „Je 16 nejmenší počet bodů na kružnici, pro který neexistuje NHAP?“. Jaká je odpověď? Z literatury vyplývá odpověď, že nejmenší počet bodů je 13, nicméně co pro sudý počet bodů?
6. Jaké je uspořádání červených a modrých bodů na C_2 ve Větě 11?
7. Je ve Větě 11 vyřešen případ, kdy se v možné NHAP body z C_1 a C_2 nějakým způsobem střídají? Zároveň celková argumentace důkazu této věty mi nepřijde správná.

ZÁVĚR

Práci považuji za podprůměrnou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci jen pokud student vyjasní popsané nepřesnosti.

Mgr. Jan Soukup
Katedra aplikované matematiky
V Praze 26.8.2024