

UNIVERZITA KARLOVA – PEDAGOGICKÁ FAKULTA  
KATEDRA MATEMATIKY A DIDAKTIKY MATEMATIKY  
**POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

Autor práce	<i>Aneta Ajksnerová</i>
Název práce	<i>Kuželosečky jako grafy funkcí – sbírka řešených úloh</i>
Autor posudku	<i>Mgr. Michal Zamboj, Ph.D.</i>

### **Cíle (stanovení, splnění, reflexe splnění)**

Cílem předložené práce je propojit středoškolské téma kuželoseček vyučované v analytické geometrii s vyšetřováním průběhu funkcí. Jde o originální a vhodně zvolené téma, které má potenciál ukotvit znalosti z obou uvedených oblastí. Autorka vytvořila sbírku řešených úloh na vyšetřování průběhů funkcí, jejichž grafy jsou kuželosečky nebo jejich části. Celkově jde o velmi zdařilou práci. Cíl práce je splněn vynikajícím způsobem. Splnění svých cílů autorka reflektuje v závěru.

### **Obsahové části (úplnost, relevance, řazení)**

Obsah práce je rozdělen na úvod, závěr a tři kapitoly. V úvodu autorka popisuje obsah jednotlivých kapitol a využívání literatury. První kapitola je věnována teoretickému výkladu různých reprezentací kuželoseček se zaměřením na analytickou reprezentaci a reprezentaci pomocí grafu funkce. Autorka zde také popisuje postup vyšetřování průběhu funkcí, kterého se při řešení úloh bude držet. Druhá a třetí kapitola probírá celkem dvanáct různých příkladů funkcí, které reprezentují kuželosečky nebo jejich části. Kapitoly se odlišují polohou kuželosečky, buď to v základní, nebo v obecné poloze. Kapitoly na sebe dobře navazují, složitost úloh postupně graduje. Autorka v práci prochází všechny případy. Práci lze tedy považovat za úplnou. Rozsah textu přesahuje požadavky kladené na bakalářskou práci.

### **Odborná část (matematika/didaktika: náročnost, správnost, výstavba, konzistence apod.)**

Po odborné stránce jde o pokročilejší partie středoškolské matematiky. Z práce je vidět, že autorka se v tématu dobře orientuje. Matematická argumentace, výstavba teorie a správnost výpočtů jsou na vynikající úrovni. V řešeních jednotlivých úloh jsem nenašel žádnou chybu. Příkládám jen několik poznámek k nedůslednostem a formálním připomínek, které však nesnižují kvalitu předložené práce:

- str. 10 a dále: U rovnice kuželosečky by bylo vhodné (alespoň jednou) uvést, že koeficienty a souřadnice bodů jsou reálná čísla.
- str. 12: Autorka nesprávně píše „žádnou kuželosečku v základní poloze (mimo ty postrádající kvadratický člen  $y^2$ ) nelze vyjádřit jako funkci celou, jelikož se vždy rozděluje na dvě části“. Toto neplatí pro některé singulární kuželosečky, např.  $y^2 = 0$ . Stačilo by dopsat, že se jedná o regulární kuželosečky, což je zřejmě cílem uvedeného výpočtu. Ačkoliv autorka dříve uvádí, že se bude věnovat regulárním kuželosečkám, v tomto momentu výkladu ještě není zřejmé, zda jde o kuželosečku singulární nebo regulární. V poznámce o singulárních kuželosečkách v dalším textu tato situace diskutována není.
- str. 18, poslední bod: Autorka podává intuitivní tvrzení, že graf funkce se limitně „zrovňoběžňuje“ se svou asymptotou. Tato intuice je u kuželoseček správná, ale obecně jde o příliš odvážné tvrzení. Lze si totiž představit např. oscilující funkce, které protínají svou asymptotu na libovolně malém intervalu blízcím se k nekonečnu.

- str. 22, 1. odst.: Chybí uvedení nesečny jako jedné z možných vzájemných poloh přímky a hyperboly.
- str. 25 a 26: V popisku Obrázku 9 chybí předpis „ $f(x) =$ “. V popisících obrázků kuželoseček by bylo vhodné uvádět jejich analytické rovnice.
- str. 34: Při vyjádření analytické rovnice funkce autorka píše, že určuje inverzní funkci k uvedené funkci. Ve výpočtu však pokračuje úpravami až po analytickou rovnici hledané kuželosečky. Výpočet by bylo vhodné rozdělit, aby bylo jasné, co je inverzní funkcí a co je její doplnění.
- str. 45, 68: Uvedené „Obdobné úlohy k procvičení“ vybočují z rámce procvičovacích úloh. Na rozdíl od řešených úloh jde o slovní úlohy, kde je pro řešení nutné vytvořit funkční předpis z textu. Jde spíše o úlohy rozšiřující.
- str. 53, 4. ř., ale i jinde: Autorka píše, že se nejedná o běžnou funkci. Není zřejmé, co tím myslí. Navíc je zde překlep.
- str. 65, 1. ř.: Rovnice je nesprávně vysázena na prvním řádku nové strany. Navíc je použito nekonzistentní značení pro podíl pomocí znaménka  $\div$  (také na str. 69).
- str. 67, část Symetrie: Chybí souměrnosti grafu podle os hyperboly.
- str. 101, předposlední ř.: Je uvedena chybná úloha k procvičení, zadání je stejné jako u úlohy řešené výše.

### **Přínos (originalita, použitelnost apod.)**

Předložená sbírka je vhodná k použití ve výuce na střední škole, ale také v předmětech pro přípravu budoucích učitelů matematiky. Jde o originální propojení dvou témat, které je vhodné pro gymnaziální výuku. Nevím o žádném podobném materiálu. Práci považuji za velmi přínosnou.

### **Formální náležitosti (gramatika, styl, typografie, grafické části, odkazy a citace, celková úprava)**

Až na výše uvedené drobnosti je práce po formální stránce na velmi dobré úrovni a nachází se v ní jen nepatrný počet překlepů. Celkové zpracování je velmi kvalitní. V textu chybí odkaz na zdroj Kuřina: Deset pohledů na geometrii, uvedený v seznamu literatury.

### **Zdroje (reprezentativnost, relevance, použití)**

Autorka při výstavbě teorie využívá jednu zahraniční publikaci. Dále používá převážně české učebnice a závěrečné práce. Při popisu zasazení tématu do výuky jmenuje základní kurikulární dokumenty a jeden německy psaný článek. Výběr materiálů je reprezentativní a pro dané téma postačující.

**Vyjádření ke kontrole na plagiáty v systémech Theses a Turnitin:** Nalezeno 27 podobných dokumentů v systému Theses. Maximální podobnost 2 %. Vyznačené nálezy se v uvedených dokumentech většinou vůbec neobjevují. V systému Turnitin je celková podobnost 9 %. Jde převážně o části výpočtů, kde se opakují matematické výrazy „lim“ atp.

### **Další poznámky**

V práci chybí vyjádření k využití nástrojů umělé inteligence podle Opatření děkana č. 28/2024, čl. 7, bod 1.k). Vzhledem k tomu, že toto opatření nabylo účinnosti přibližně dva měsíce před odevzdáním

uvedené práce a zatím se nepodařilo ho zavést do řádné praxe, nepovažuji to za závažný nedostatek. Jsem přesvědčen, že práce je vlastním dílem autorky.

**Hodnocení:** Práce splňuje požadavky kladené na bakalářskou práci.

**Otázky k obhajobě:**

1. Můžete stručně popsat problematická místa, která vzniknou při hledání charakteristických prvků kuželoseček reprezentovaných grafem funkce?
2. Můžete vysvětlit, co myslíte pojmem „běžná“ funkce?

Datum a podpis autora posudku: 09. 01. 2025