

Posudek disertační práci Mgr. Jana Starého
„Complete Boolean algebras and extremely disconnected spaces“

Práce pojednává o různých tématech z teorie úplných Booleových algeber a extremálně nesouvislých prostorů. Přes Stoneovu dualitu se používají metody jak algebraické tak i topologické. Celá práce je těsně spojena s náměty Pražského semináře z teorie množin, kterému určitě bude sloužit jako referenční text. Z obsahu práce je cítit inspirace B. Balcarem.

K obsahu a jednotlivým výsledkům uvedu následující:

Kapitola II slouží k zavedení do tematiky. Zajímavá je otázka 5.6.

Kapitola III je motivována hledáním svědka nehomogeneity Stoneových prostorů úplných Booleových algeber. K tomu účelu se zavádí pojem koherentních struktur a dokazují se základní skutečnosti o koherentně selektivních a P-ultrafiltrech, které se odvozují od výsledků o odpovídajících klasických pojmech. Spojením s problémem nehomogeneity je věta 6.5, která však, jak konstataje autor, nemůže řešit tento problém, jelikož je jenom konzistentní výsledek. V této kapitole by čtenář přivítal představení známých širších souvislostí existence diskrétně nedotčeného bodu.

Kapitola IV. se věnuje sekvenční topologii na Booleových algebrách. Zde se musí vyzdvihnout jako nový výsledek věta 2.2. Dále se rozebírají různé přístupy k problému kompaktnosti Booleových algeber generovaných Suslinovým stromem, přičemž je tu nový přístup přes KC topologie.

Kapitola V. zkoumá submíry na Booleových algebrách a možnosti zobecnit známé věci o mírách na submíry, případně na funkcionály. Tady se musí vyzdvihnout věta o rozšíření exhaustivní submíry na volné algebře (věta 2.2) a konstrukce sigma-aditivní míry z konečně aditivní míry metodou ultraproductů (věta 3.1).

Kapitola VI. se zabývá pojmem přímek v úplných ccc Booleových algebrách.

Všiml jsem si následujících nepřesností a drobných chyb:

Na straně 13 se tvrdí, že Hausdorffovy prostory jsou silně KC. Protipříklad je však ω_1+1 , platí jenom, že Hausdorffovy prostory jsou KC.

Kapitola II: V lemmatu 6.11 chybí předpoklad ccc.

Kapitola III: V důkazu věty 6.3 je chyba. Může nastat, že $f(n) > f_{-xi}(n)$ jenom na „missing places“. Funguje však obdoba důkazu Ketonenovy věty.

Dotaz 6.4 (a) má triviální odpověď ano: Jestli existuje koherentní P-ultrafiltr na nějaké (třeba malé) Booleově algebře, tak tento filtr zůstane v součinu s libovolnou Booleovou algebrou (třeba velkou) koherentním P-ultrafiltrum.

Kapitola IV: Ve větě 3.2 chybí předpoklad, že B je ccc.

Kapitola V: Definice 4.7 (ii), (iii): $m(a)+m(b)=m(1)$.

Lemma 4.15 potřebuje předpoklad, že funkcionál je exhaustivní.

Kapitola VI. 1.2 (ii) Předpoklad ccc není nutný, implikuje však, že lineární uspořádaný prostor je ccc.

Disertace se snaží o podání motivace předkládaného materiálu a o jeho zapojení do kontextu a svědčí o znalosti širších souvislostí.

Práce je psaná velmi pečlivě a na velmi dobré jazykové úrovni.

Disertační práce dokládá schopnost autora k samostatné vědecké práci, a proto doporučuji její přijetí.



Egbert Thümmel

Říčany dne 20.2.2014