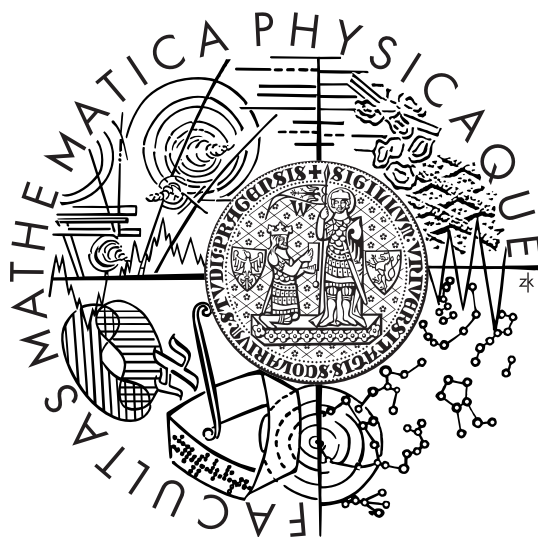


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

Doktorská disertační práce



Mgr. Martin Mašek

Eulerova Vlasovova metoda pro laserové plazma

Katedra elektroniky a vakuové fyziky,
specializované pracoviště FzÚ AV ČR

Školitel: Prof. RNDr. Zdeněk Němeček, DrSc.

Konzultant: RNDr. Karel Rohlena, CSc., FzÚ AV ČR

Studijní směr: F2 - Fyzika plazmatu

Prohlašuji, že jsem svou disertační práci napsal samostatně na základě mého osobního studia a výzkumu a výhradně s použitím citovaných pramenů, jejichž kompletní seznam je uveden na konci práce.

V Praze dne 3. července 2006

Martin Mašek

Obsah

1	Současný stav studované problematiky	5
1.1	Nové příspěvky disertační práce	10
2	Vlnové interakce v koruně laserového plazmatu	12
2.1	Fyzikální podmínky v laserové koruně	12
2.2	Vlny v plazmatu bez vnějšího magnetického pole	16
2.3	Interakce laserového záření s plazmatem	16
2.3.1	Ponderomotorická síla	18
2.3.2	Interakce „vlna-vlna“	19
2.4	Interakce částic plazmatu s podélnými vlnami	21
2.4.1	Pohyb nabité částice v periodickém potenciálu	21
2.4.2	Nestabilita zachycených částic	23
3	Stimulovaný Ramanův rozptyl	25
3.1	Vymezení pojmu	25
3.2	Fyzikální princip Ramanovy nestability	26
3.3	Ramanův rozptyl v jednorozměrném případě	26
3.4	Magnetohydrodynamický popis Ramanovy nestability	30
3.4.1	Disperzní rovnice pro Ramanovu nestabilitu	31
3.5	Stimulovaný Ramanův rozptyl v podmínkách experimentu PALS	33
3.6	Obálkový popis třívlňných interakcí	36
4	Numerický model korony laserového plazmatu	39
4.1	Soustava rovnic pro popis plazmatu při Ramanově nestabilitě	40
4.2	Úpravy základních rovnic. Počáteční podmínky	41
4.3	Fourier-Hermiteův rozvoj	43
4.4	Realizace počítačového programu	47
5	Vlastnosti použité numerické metody	50
5.1	Bezesrážková verze Maxwell-Vlasovova modelu	50
5.2	Model zahrnující srážkový člen	55

6	Výsledky Vlasov-Maxwellových simulací	59
6.1	Výsledky simulací napříč laserovou korunou	60
6.2	Zpětný Ramanův rozptyl	64
6.3	Vznik Ramanovy kaskády	68
6.4	Nestabilita zachycených částic	78
7	Shrnutí a diskuse dosažených výsledků	91
	Poděkování	95
	Seznam autorových publikací	96
	Literatura	98

Kapitola 1

Současný stav studované problematiky

Kvantový generátor pracující v optickém oboru - laser (anglický akronym **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation) - byl poprvé představen v roce 1960 Maimanem [56]. Pracovním médiem v tomto zařízení byl rubínový krystal čerpaný xenonovým výbojem. Délka pulsu se zde pohybovala mezi 1 *ms* a 1 *μs*. O rok později Hellwarth objevil koncept Q-spínání [43], čímž se výrazně podařilo zkrátit laserový puls. Tehdy používaný systém byl založen na rubínovém laseru s Kerrovou celou a délka pulsu byla 10 *ns*. V roce 1964 se podařilo na helium-neonovém laseru zkrátit délku pulsu na 1 *ns* pomocí tzv. aktivní závěrky [40]. Dalšího pokroku bylo dosaženo použitím myšlenky pasivní závěrky navržené Mockerem a Collinsem [70] na laseru s neodymovým sklem. Vůbec poprvé se tímto způsobem podařilo zkrátit puls pod jednu nanosekundu [20]. To už byla hodnota, při které lze dosáhnout obrovské hustoty výkonu laserového svazku ve fokusu na pevném terčíku. Takové záření při dopadu na pevný terčík velmi rychle tento terčík ohřeje a postupným odpařováním materiálu terčíku vzniká expandující plazma. Takové plazma bývá velmi často plně ionizované, tzn. obsahuje pouze elektrony a jádra materiálu terčíku. Tyto v té době nové možnosti otevřely cestu pro intenzivní výzkum se záměrem docílit v laboratoři stejné podmínky jako ve slunečním nitru a dosáhnout tím termojaderné fúze v laboratorních podmínkách. Vznikl tedy koncept inerciálně držené termojaderné fúze, který je založen na kompresi jádra terče složeného ze směsi deuteria s tritiem díky reakční síle expandující korony tak, aby bylo splněno Lawsonovo kritérium pro termojadernou fúzi. Bohužel se v průběhu těchto experimentů objevilo mnoho problémů nabourávající tento koncept. Zejména to byla existence parametrických nestabilit schopných produkovat velmi rychlé elektrony pohybující se směrem do terče. Tyto elektrony pronikají do jádra terče s termonukleárním palivem a významně ho předehřívají. Tímto způsobem je zabráněno efektivní kompresi jádra [45], [80].

Mezi tím pokračoval vývoj i na poli laserových systémů, kdy bylo dosaženo obrovských intenzit laserového svazku pomocí zesílení čerpovaného¹ pulsu [83]. V takto konstruovaném systému dosahuje délka pulsu v řádech desítek femtosekund a hustot výkonů ve fokusu na terčíku v řádech 10^{24} *W/m²*. Příkladem může být titan safírový

¹pulsu s rozmítanou frekvencí (v angličtině *chirped pulse*)

laser, kde bylo dosaženo pulsu o délce 10 fs [94], [37]. Při průchodu takto intenzivního a ultrakrátkého laserového pulsu plazmatem se mohou generovat elektrická pole větší než několik gigavoltů na metr. Tato pole jsou vytvářena relativistickými plazmovými vlnami (oscilacemi prostorového náboje plazmatu), které se mohou chovat jako výkonné urychlovače elektronů v laserovém plazmatu [60]. Existuje několik fyzikálních mechanismů pro urychlování elektronů v laserovém plazmatu, z nichž většina v sobě nějakým způsobem zahrnuje stimulovaný Ramanův rozptyl. Základní myšlenka laserového urychlování vychází z faktu, že velmi krátký puls procházející plazmatem působí na nabitě částice ponderomotorickou silou, ve směru kolmém na směr šíření a u dostatečně krátkého pulsu i ve směru šíření. V plazmatu se tedy chová jako sněhový pluh rozhrnující elektrony do stran, čímž vzniká lokální narušení kvazineutrality plazmatu a s tím spojeným vznikem obrovských elektrických polí, která mohou významně urychlovat elektrony. Později byla navržena některá vylepšení na zvýšení efektivity procesu a zároveň zvýšení energie urychlených elektronů, jejichž dobrý přehled lze nalézt v [59]. My zde zmíníme pouze techniku, kdy se využívá plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu k předurychlení elektronů nazývanou Self Modulated Laser Wake Field. Je zde využito zánějš Ramanovsky rozptýlené elektromagnetické vlny s laserovým pulsem vytvářející modulace pulsu vedoucí ke vzniku vláčku extrémně krátkých pulsů. Tím vzniká relativistická plazmová vlna s obrovskou amplitudou schopná zachycovat a urychlovat elektrony na energie řádově desítky MeV .

Laserové plazma však nemusí sloužit jen jako urychlovač elektronů, ale může být vhodné i jako intenzivní zdroj vysoce nabitých a urychlených iontů. Ukazuje se totiž, že elektrony urychlené v plazmové vlně díky kvazineutralitě plazmatu zrychlují expanzi laserové korony, čímž zkracují dobu, po kterou může dojít k jejich rekombinaci. Výsledkem je efekt zamrznutí iontového náboje. Tento postup je vhodný zejména pro získávání vysoce nabitých iontů s vysokým nukleonovým číslem [42], [76], [77], [78]. Takový iontový zdroj je užitečný pro injektáž iontů lineárních urychlovačů pro výzkum v oblasti částicové a subčásticové fyziky. Problematika získávání urychlených iontů je poněkud komplikovanější než v případě elektronů, protože ionty narozdíl od elektronů nemohou díky své vysoké hmotnosti získávat kinetickou energii přímo od elektromagnetické vlny laseru, ale pouze zprostředkovaně od již urychlených elektronů. V poslední době se však v terčíkových experimentech podařilo vyprodukovat iontové svazky s energií v řádu jednotek MeV [79], [93] a existuje naděje, že v dnes již dostupných petawatových laserových systémech bude možné získávat svazky s energií až v řádu GeV . Iontových plazmových urychlovačů totiž lze s úspěchem použít i v jiných oblastech. Například se vážně uvažuje o tom, že protonových svazků by se používalo v konceptu rychlého zapálení termojaderné fúze. Iontové svazky jsou již dnes s úspěchem nasazeny v medicíně pro léčbu nádorových onemocnění a možnost plazmových urychlovačů by mnohonásobně zlevnila a zjednodušila provoz takových zařízení v nemocnicích.

Vraťme se však zpět k termojaderné fúzi. Kromě nerovnoměrnosti osvětlení terčíku, bylo jednou z hlavních příčin nezdaru konceptu přímé inerciálně držené termoja-

derné fúze značné přehřívání kapsle s termojaderným palivem elektrony urychlenými parametrickými nestabilitami. Potíže s nerovnoměrností osvětlení terčíku řeší koncept nepřímého ohřevu založený na nepřímé kompresi paliva v dutině vyrobené z materiálu o vysoké nukleonové hmotnosti² [55]. Vnitřek dutiny v tomto schématu přeměňuje laserové svazky na krátkovlnné měkké rentgenové záření, které je použito ke stlačení a zapálení termojaderné reakce v kapsli s palivem. Do jisté míry je tedy zamezeno urychlování elektronů plazmovou vlnou vznikající při procesu stimulovaného Ramanova rozptylu, objevují se však potíže nové. Dutina v okolí kapsle s jaderným palivem je vyplněna poměrně řídkým a téměř homogenním plazmatem. To vytváří ideální podmínky pro vznik parametrických nestabilit v prostoru vstupních oken do dutiny, zejména pak zpětného Ramanova a Brillouinova rozptylu. Při obou těchto nestabilitách se dopadající laserová vlna rozpadá na zpětně jdoucí elektromagnetickou vlnu a na elektronovou plazmovou vlnu v prvním a iontově akustickou vlnu v druhém případě. Problém činí vznik zpětné elektromagnetické vlny, která odvádí energii laserového záření pryč. Tato energie potom může chybět při přeměně na měkké rentgenové záření a Ramanova reflektivita se tak stává důležitým parametrem těchto experimentů.

Posledním způsobem zapálení termojaderné fúze pomocí interakce výkonového laseru s terčíkem je metoda rychlého zapálení³ [85]. Zde je celý proces rozdělen do dvou fází. V první fázi je terčík s palivem stlačen dlouhým pulsem (≈ 100 ps), čímž se dosahuje dostatečné hustoty nutné ke splnění Lawsonova kritéria. Následuje krátký a velmi intenzivní laserový puls (≈ 10 ps), který produkuje urychlený elektronový svazek, jež přenesou energii do zkomprimovaného jádra a lokálně ho ohřeje. Tím se na povrchu stlačeného terčíku vytváří horká skvrna⁴, ve které se spustí slučování jader paliva. Jedním z mechanismů vzniku elektronového svazku může být relativistický dopředný Ramanův rozptyl.

Předkládaná práce se zabývá studiem stimulovaného Ramanova rozptylu, jehož význam v kontextu současných ústředních témat problematiky výzkumu na poli fyziky laserem generovaného plazmatu jsme shrnuli v předcházejícím textu. Vzhledem k tomu, že problematika parametrických nestabilit obecně je poměrně rozsáhlá, jejímu studiu se odborníci intenzivně věnují již zhruba od sedmdesátých let minulého století. První souhrnná teoretická práce zabývající se popisem třívlenných interakcí parametrických nestabilit byla publikována již v roce 1968 Kyoji Nishikawou [73].

Stimulovaný Ramanův rozptyl se dá zjednodušeně charakterizovat jako rezonanční rozpad dopadající elektromagnetické vlny (v terčíkových experimentech reprezentované intenzivním laserovým zářením) na dopředu jdoucí elektronovou plazmovou vlnu a rozptýlenou elektromagnetickou vlnu, jejíž směr šíření záleží na druhu rozptylu, přičemž ionty zde hrají pasivní úlohu homogenního neutralizujícího prostředí. Tato nestabilita, jak uvidíme v následujícím textu, vzniká v plazmatu o koncentraci nižší než je čtvrtina

²v anglicky psané literatuře se zmíněná dutina nazývá *hohlraum*

³v angličtině *fast ignition*

⁴v angličtině *hot spot*

kritické koncentrace. Další nutnou podmínkou pro vznik nestability je téměř homogenní plazma nebo plazma s pozvolným nárůstem elektronové koncentrace. Tato skutečnost činila zpočátku potíže s experimentálním studiem nestability, neboť lasery dosahovaly jen malých intenzit a generovaly malé obláčky plazmatu s příkrým gradientem koncentrace. První pozorování Ramanovy nestability provedl Watt et al. [89], který použil výkonový laser s vlnovou délkou $10,6 \mu\text{m}$ a tím získal intenzitu zpětného rozptylu velikosti 0,01% intenzity dopadajícího světla. Později byly provedeny měření míry růstu nestability [65], bylo objeveno potlačení efektu Ramanovy nestability jinou parametrickou nestabilitou - Brillouinovým rozptylem [88]. Pozorování nárůstu plazmové vlny v důsledku zpětného Ramanova rozptylu bylo pozorováno v roce 1987 týmem D. Umstadtera [87]. Novější měření se věnují hlavně kontrole nestability zpětného Ramanova rozptylu [24] činící potíže při fúzních experimentech s nepřímým ohřevem. Úkolem je minimalizovat růst Ramanovy nestability a maximalizovat Landauův útlum její dceřiné plazmové vlny nejen kvůli ztrátě energie laseru potřebnou pro kompresi kapsle s palivem ale také kvůli nežádoucím urychleným elektronům předežívajícím terčík.

Vzhledem k nelineárnímu charakteru Ramanovy nestability je její teoretický popis poměrně obtížný. Pro získání alespoň základních informací o Ramanově rozptylu však problém lze linearizovat. Výsledkem takového postupu je disperzní vztah, jehož imaginární část udává míru růstu nestability [21], [52]. Tyto výsledky potom mohou sloužit k hrubému nastavování parametrů experimentu. Za předpokladu s časem pomalu se měnících obálek zúčastněných vln lze odvodit rovnice popisující chování rezonančních vlnových módů v průběhu interakce [29], [90], [69], [67], [68], [66], [58]. Úloha je zde redukována na čistě časový problém, nicméně jejím řešením získáme důležité informace o saturační amplitudě rezonančních vln a neméně důležitou časovou závislost Ramanovy reflektivity. Podobné práce některých autorů dokonce berou v úvahu konečné rozměry plazmatu [30], [31].

Tyto přístupy ovšem nezapočítávají vliv částic zachycených elektronovou plazmovou vlnou. V procesu stimulovaného Ramanova rozptylu je ovšem interakce zachycených částic s elektronovou plazmovou vlnou podstatná. V této problematice tak nevystačíme pouze s kapalinovým modelem magnetohydrodynamiky, ale přístup k jejímu řešení musí být kinetický. To se naštěstí s překotným vývojem výpočetní techniky v poslední době stává proveditelné. Za posledních několik desetiletí bylo vyvinuto mnoho výpočetních metod pro studium kinetiky ve fázovém prostoru. K nejoblíbenějším patří jistě metoda Particle-in-Cell (PIC), která sleduje trajektorie částic ve fázovém prostoru [23], [75], [19], [45], [28] [13], [14], [86], [71]. Pro dosažení uspokojivé přesnosti je v této metodě nutné použít obrovský počet částic, aby dosažené výsledky nebyly zatíženy příliš velkým numerickým šumem. Z tohoto pohledu se jeví jako lepší použít Euler-Vlasovovu metodu, která řeší Vlasovovu rovnici společně s úplnou sadou Maxwellových rovnic. Tato metoda totiž negeneruje numerický šum, a tudíž je s její pomocí možné studovat i úlohy, jejichž vliv na částice ve fázovém prostoru je malý a pro metodu PIC téměř nerozlišitelný. Ukazuje se ovšem, že i přes vývoj obřích výpočetních systémů s možností paralelních

výpočtů, Euler-Vlasovova metoda je těžko aplikovatelná ve vícerozměrných simulacích [5] a z důvodu úspory procesorového času je často lepší použít metodu PIC. V jedno-rozměrných aplikacích by se však pro numerické simulace interakcí vln s částicemi měla dávat přednost Euler-Vlasovově metodě.

Přehled a srovnání jednotlivých implementací Euler-Vlasovovy metody lze najít v práci [26]. Hlavní rozdíl mezi jednotlivými přístupy je v dané metodě způsob numerické stabilizace výpočtu, která je většinou docílena vyhlazováním elektronové rozdělovací funkce mezi jednotlivými časovými kroky numerické integrace. To však na druhou stranu může způsobit nefyzikální nárůst entropie systému a takto je do modelu vnášena jistá nekorektnost. Mimo semilagrangeovské přístupy, kterým je věnovaná převážná část práce [26], samozřejmě existují i další způsoby řešení Vlasovovy rovnice [46], [82], [84], [10], [17], [25], [32]. Tyto metody byly použity v mnoha pracích zabývajících se nelineární interakcí elektronové plazmové vlny s částicemi plazmatu, např. [4], [6], [7], [8], [9], [12], [15], [34], [35], [36], [33], [44], [81] a v mnoha dalších. V předložené práci používáme transformační metodu s Fourierovým rozvojem rozdělovací funkce podle prostorové souřadnice a Hermiteovým rozvojem v rychlostním prostoru navrženou Armstrongem, Hardingem, Knorrem a Montgomerym v [2]. I přes drobná úskalí spojená s numerickou stabilitou metody se ukazuje, že tento způsob řešení Vlasovovy rovnice je rovnocenným partnerem metod popsaných v [26] v případě dlouhého a homogenního plazmatu. Jen tak totiž můžeme plazma považovat za periodické a neznámé funkce rozvinout ve Fourierovy a Hermiteovy řady. Pro stabilizování této metody se ukazuje jako nejvhodnější zahrnutí Fokker-Planckova srážkového členu [38], [39] s hodnotou efektivní srážkové frekvence v tomto členu srovnatelnou s hodnotami očekávanými v reálném experimentu, čímž do modelu na rozdíl od semilagrangeovských metod nepřinášíme fyzikálně nekorektní předpoklady. Tento způsob řešení zároveň umožňuje velmi jednoduše nastavit počáteční podmínku ve tvaru bílého šumu, která je podle našeho názoru ze všech nabízených způsobů nejpřirozenější.

Pro studované aplikace je velmi důležité znát všechny zákonitosti spojené s růstem Ramanovy nestability v laserovém plazmatu. Podmínky pro růst nestability a její míra růstu v závislosti na elektronové koncentraci jsou poměrně dobře probádané vlastnosti Ramanova rozptylu. Jak bylo řečeno, pro jejich určení si vystačíme s linearizovanými modely. Dalším úkolem výzkumu je studium nelineárních interakcí vznikajících vln s částicemi v plazmatu, které vedou k saturaci jejich amplitudy a zastavení růstu nestability. Pro zmíněné aplikace je totiž nutné přesně znát chování laserového svazku při průchodu plazmatickou korunou. To je důvod proč se vytvářejí složité počítačové modely, s jejichž pomocí bylo doposud objeveno mnoho fyzikálních zákonitostí ovlivňujících chování vln v plazmatu. V současné době je například intenzivně studován vliv částic zachycených v plazmové vlně na její rozpad [18], [3], [4], vznik nelineárních elektronově akustických vlnových módů vlivem částic zachycených v plazmové vlně zpětného Ramanova rozptylu [50], [81], nestabilita zachycených částic vedoucí k podstatnému rozšíření spektrální čáry elektrostatického módu [53], [41], [12] nebo možnost dvojího urychlení elektronů

v plazmové vlně vznikající při zpětném a následně i dopředném Ramanově rozptylu [8], [9].

V našem případě je Euler-Vlasovův model vytvářen pro podmínky experimentu PALS (Prague Asterix Laser System) představujícího jódový fotodisociační laser pracující v blízkém infračerveném oboru na vlnové délce $\lambda = 1,3152 \mu\text{m}$. Laser je charakterizován energií 1 kJ a délkou pulsu $\tau = 400 \text{ ps}$, což dává pro hustotu výkonu ve fokusu na terčiku o průměru $100 \mu\text{m}$ hodnotu $10^{19} - 10^{20} \text{ W/m}^2$. Těžiště experimentálního výzkumu na tomto zařízení je mimo jiné v studiu produkce vysoce nabitých iontů a předkládaná práce se snaží rozkrýt teoretické pozadí tohoto úsilí z hlediska stimulovaného Ramanova rozptylu.

Text práce je členěn následovně: V následující kapitole jsou stručně popsány vlastnosti plazmatu v laserové koruně. Diskutovány jsou zejména děje ovlivňující formování korony po dopadu intenzivního laserového svazku na povrch terče, interakce typu „vlna-vlna“ a „vlna-částice“. Třetí kapitola shrnuje vlastnosti Ramanovy nestability v laserem produkovaném plazmatu a zároveň jsou zde stanoveny podmínky pro současnou existenci dopředného a zpětného Ramanova rozptylu v podmínkách experimentu PALS. Zmíněny jsou také předpoklady pro vznik dalších nelineárních módů v plazmatu a popis odvození zjednodušeného obálkového modelu popisujícího proces Ramanovy nestability, který je v práci použit pro porovnání s výsledky kinetického modelu. Čtvrtá kapitola obsahuje odvození rovnic úplného jednorozměrného Vlasov-Maxwellova modelu použitého k získání fyzikálních výsledků této práce. V páté kapitole blíže rozebereme vlastnosti použité numerické metody, budeme se zajímat o to, jak je výsledek simulací ovlivněn při použití různého počtu členů Fourierova a Hermiteova rozvoje nebo jakým způsobem se změní při různých hodnotách efektivní srážkové frekvence. Na základě výsledků páté kapitoly se zjistí optimální parametry numerického výpočtu, které jsou použity pro Vlasov-Maxwellovy simulace v kapitole 6, kde jsou zároveň prezentovány a interpretovány všechny fyzikální výsledky získané modelem. Shrnutí a diskuse získaných výsledků je v poslední kapitole.

1.1 Nové příspěvky disertační práce

Ač k řešení Vlasovovy rovnice popisující stimulovaný Ramanův rozptyl byla použita poměrně stará transformační metoda založená na Fourierově a Hermiteově rozvoji elektronové rozdělovací funkce podle prostorové souřadnice respektive podle rychlosti, bylo dosaženo dobrých výsledků zejména díky použití zjednodušeného Fokker-Planckova srážkového členu. Na tomto místě shrňme hlavní příspěvky autora předkládané disertační práce k problematice kinetických počítačových simulací fyzikálních procesů v horkém laserem generovaném plazmatu:

- Podarilo se numericky stabilizovat použitou transformační metodu zavedením fyzikálně správného srážkového členu i v elektromagnetickém případě, čímž se ukázala možnost rozšířit stávající model do více rozměrů. Aplikace této metody zároveň

dovoluje použít přirozené počáteční podmínky v koruně laserového plazmatu. Numerické vlastnosti transformační metody jsou detailně popsány v kapitole 5.

- Byly provedeny numerické simulace pro několik charakteristických hodnot elektronové koncentrace plazmatu za účelem prozkoumat vlastnosti třívlenných interakcí v daném fyzikálním modelu pro různé oblasti laserové korony.
- Kromě stimulovaného Ramanova rozptylu bylo dosaženo i vybuzení Ramanovy kaskády umožňující efektivní urychlování i ve směru proti šíření laserového svazku za současného významného snížení Ramanovy reflektivity zpětného Ramanova rozptylu. Tento výsledek je velice cenný z hlediska experimentů prováděných na zařízení PALS.
- Pomocí numerických simulací byla doložena možnost interakce rychlé plazmové vlny dopředného Ramanova rozptylu s částicemi i v případě nerelativistického plazmatu pomocí elektrostatického kvazimódu vznikajícího nelineární interakcí s plazmovou vlnou zpětného Ramanova rozptylu.
- Vhodnou volbou parametrů numerického modelu došlo v řídkém plazmatu, kde je fázová rychlost plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu poměrně nízká a vlna tak interaguje s velkým množstvím elektronů, ke vzniku sekundární nestability zachycených částic, rozšíření spektrální čáry plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu a následné velmi silné interakci vlnového balíku s elektrony za vzniku vysokého a širokého plata na rychlostním rozdělení.

Dosažené výsledky byly publikovány ve specializovaných časopisech a prezentovány na mezinárodních konferencích.

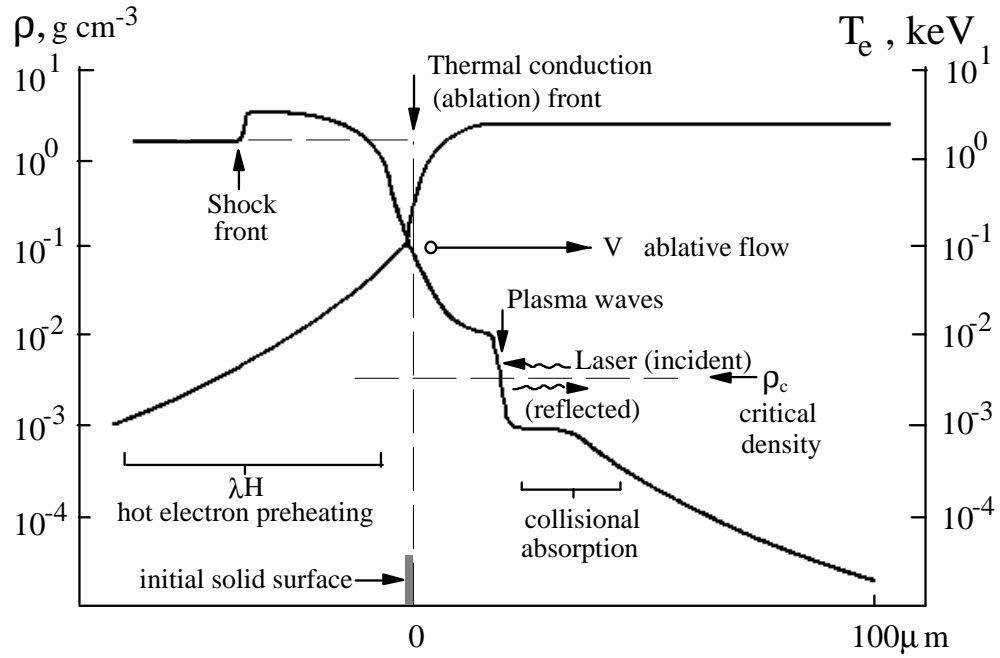
Kapitola 2

Vlnové interakce v koruně laserového plazmatu

Tato kapitola definuje pojmy používané v disertační práci a uvádí některé důležité fyzikální zákonitosti v laserem generovaném plazmatu. V žádném případě si však neklade za cíl podat vyčerpávající přehled o dané problematice. Ten je možné najít v mnoha monografiích, z nichž uvedeme například [11] a [22]. Ze všech v této kapitole uvedených zákonitostí laserového plazmatu vycházejí úvahy vedoucí k závěrům učiněným v posledních kapitolách. Pokládáme tedy za vhodné pro pohodlí čtenáře uvést tento stručný přehled. V následujícím oddílu probereme základní parametry plazmatu a ukážeme typické závislosti jednotlivých fyzikálních veličin v terčíkových experimentech. Druhý oddíl shrnuje vlastnosti vln šířících se plazmatem, které budou použity v oddílu následujícím k popisu vzniku nestabilit typu „vlna-vlna“. Kapitola je uzavřena shrnutím problematiky nelineárních interakcí částic s podélnými vlnami v plazmatu.

2.1 Fyzikální podmínky v laserové koruně

Po dopadu svazku výkonového laseru na terčík dochází díky obrovskému elektromagnetickému poli vlny velmi rychle k jeho ohřívání a následně ke vzniku velmi horkého, hustého a vysoce ionizovaného plazmatu při jeho povrchu. Při tomto procesu se formuje plazmatická korona (oblast plazmatu s podkritickou koncentrací) expandující směrem od terče rychlostí přibližně rovnou rychlosti zvuku. Expandující plazma přitom působí na pevný terčík tlakem vyvolaným reakční silou expanze, což vede ve svém důsledku ke vzniku rázové vlny na původním povrchu terče a tak se rychle ustaví stacionární profil koncentrace plazmatu zobrazený na obrázku 2.1, kde je společně s koncentrací vynesena i přibližná prostorová závislost teploty. Existence kritické hustoty na straně terčíku zabraňuje pronikání laserové elektromagnetické vlny k terčíku a tím i jeho další přímý ohřev laserovým svazkem. V další fázi je část energie přinášena laserovým svazkem absorbována v koruně a její transport k terči je zajišťován již pouze elektronovým vedením tepla nebo horkými elektrony vznikajícími urychlením u kritické plochy nebo v elektronových



Obrázek 2.1: Typický průběh koncentrace a teploty plazmatu v terčíkovém experimentu.

plazmových vlnách s obrovskými amplitudami podélného elektrického pole vybuzenými v důsledku nelineárních vlnových interakcí. Zbývající část energie svazku se po dosažení kritické plochy odrazí zpět. Vidíme tedy, že míra přenosu energie laseru do terčíku velmi závisí na procesech probíhajících při průchodu laserového svazku plazmatickou korunou. Tyto procesy ve svých důsledcích ovlivňují tak důležité parametry terčíkových experimentů jako jsou teplota a koncentrace komprimovaného terčíku při sférickém osvětlení jádra.

Šíření elektromagnetických vln před terčíkem je tedy již plně ovlivněno volnými elektrony plazmatické korony. V plazmatu pro tyto vlny platí lineární disperzní relace odvozená například v [16] nebo [52]:

$$\omega_L^2 = \omega_{pe}^2 + c^2 k_L^2, \quad (2.1)$$

kde ω_L , respektive k_L je frekvence, respektive vlnové číslo plazmatem se šířící elektromagnetické vlny (v našem případě reprezentované laserovým svazkem), c je rychlost světla a ω_{pe} je elektronová plazmová frekvence definovaná jako:

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}}, \quad (2.2)$$

kde e je náboj elektronu, n_e elektronová koncentrace, ε_0 permitivita vakua a m_e elektronová hmotnost. Jak je vidět z disperzní rovnice (2.1) plazmatem projde jen světelné záření o minimální frekvenci ω_{pe} . Tato frekvence je však podle (2.2) závislá na elektronové koncentraci n_e . Proto při průchodu světla z oblastí s nižší koncentrací do oblastí s vyšší koncentrací se zmenšuje velikost vlnového vektoru k_L . Existuje tedy kritická koncentrace n_{krit} , při které se světlo nemůže dále v plazmatu šířit. V oblastech s $n_e > n_{krit}$ se

vlnový vektor stává komplexním a elektromagnetická vlna se utlumuje. Oblast plazmatu s kritickou koncentrací, pro kterou platí

$$n_{krit} = \frac{\varepsilon_0 m_e \omega_L^2}{e^2}, \quad (2.3)$$

je tedy odrazový bod pro laserové světlo s frekvencí ω_L v plazmatu. Vzhledem k výše uvedenému se světlo může absorbovat nebo rozptýlit pouze v oblastech s podkritickou koncentrací a v oblastech s vyšší koncentrací než kritickou už nemůže docházet k dalšímu ohřívání pomocí přímé absorpce laserového záření.

Prochází-li z vakua do plazmatu elektromagnetická vlna, její frekvence zůstává stejná a mění se pouze vlnová délka. Změní-li se však najednou vlastnosti prostředí, zachová se vlnová délka a změní se frekvence. Vztah mezi vlnovou délkou elektromagnetické vlny šířící se v plazmatu λ_{plazma} a ve vakuu λ_{vak} udává následující rovnice.

$$\lambda_{plazma} = \frac{\lambda_{vak}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{pe} \lambda_{vak}}{2\pi c}\right)^2}}. \quad (2.4)$$

Laser ASTERIX, pro který je tento model vytvářen, pracuje s vlnovou délkou $\lambda_{vak} = 1,3152 \mu m$. Ze vztahu (2.3) můžeme pro tuto světelnou vlnu určit kritickou koncentrací $n_{krit} = 6,45 \cdot 10^{26} m^{-3}$.

Teplotu elektronů v plazmatu v blízkosti kritického povrchu odhadneme následující úvahou. Uvažujme, že většina energie, kterou přináší světlo laseru do plazmatu, se absorbuje v oblastech s podkritickou koncentrací. Energie absorbovaného světla se tepelnou vodivostí, jež v převážné míře zajišťují elektrony, odvede pryč. Pro rovnovážný případ dostaneme odhad pro elektronovou teplotu srovnáním výrazů pro tepelný tok a intenzitu absorbovaného světla s následujícím výsledkem [64]:

$$\frac{T_e}{1 \text{ keV}} \simeq 0,6 \left[\frac{1}{f} \left(\frac{I_{abs}}{10^{18} \text{ W/m}^2} \right) \left(\frac{\lambda_{plazma}}{1 \mu m} \right)^{27/3} \right], \quad (2.5)$$

kde $f < 1$ je parametr, který vyjadřuje odchylky od klasického Spitzerova popisu tepelné vodivosti [52], a I_{abs} je intenzita absorbovaného světla. Pro náš laser vychází teplota $T_e \approx 1,0 \text{ keV}$, přičemž 1 eV odpovídá přibližně $11\,600 \text{ K}$.

V rámci trvání laserového impulsu se v plazmatu přibližně ustaví hydrodynamicky stacionární stav izotermického proudu. Tepelný tok do chladnějších oblastí s vyšší koncentrací je kompenzován expanzí plazmatu (tokem kinetické energie) do řidších oblastí korony. Výsledný profil daný rychlostí expanze hraje důležitou roli při předpovědích kombinací dějů, které mohou v plazmatu nastat, ať už jde o absorpci, odraz nebo transportní procesy. Rychlost expanze se obvykle hrubě odhaduje jako fázová rychlost iontově-akustické vlny (viz (2.12))

$$v \simeq c_S \simeq \sqrt{K_B T_e / M_i}, \quad (2.6)$$

kde M_i hmotnost iontů. Pro typické hodnoty v koruně dostáváme rychlost expanze mezi 10^5 a 10^6 m.s^{-1} .

Základním parametrem plazmatu je Debyeova délka λ_D , která udává stínící vzdálenost. Definiční vztah pro Debyeovu délku je následující:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 K_B T_e}{n_e e^2}}, \quad (2.7)$$

kde ε_0 je permitivita vakua, K_B Boltzmannova konstanta, T_e teplota elektronů, e náboj elektronu a n_e lokální koncentrace elektronů. Je-li rozměr systému L mnohem větší než Debyeova délka λ_D , pak pokud vznikne lokální přebytek náboje, budou na poměrně krátké vzdálenosti odstíněna všechna elektrická pole, která jsou tímto přebytkem vytvořena. Díky tomu nemůže docházet k dalšímu shlukování nabitých částic a vytváření prostorového náboje na vzdálenostech větších než je Debyeova délka. Tento předpoklad je velmi důležitý při všech úvahách, neboť zajišťuje kvazineutralitu zkoumaného plazmatu.

S pojmem Debyeovy délky je úzce spjatý ještě další pojem počtu částic v Debyeově sféře (koule o poloměru Debyeovy délky) - „plazmatický parametr“. Počet částic v takové sféře můžeme vypočítat

$$\Lambda = n_e \cdot \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3. \quad (2.8)$$

Abychom mohli ionizovaný plyn považovat za ideální, musíme požadovat, aby počet částic v Debyeově sféře byl velký $\Lambda \gg 1$. Pokud tento požadavek nebude splněn, nebude se plazma jako ideální plyn chovat. Typická hodnota pro naše úvahy bude v oblastech s $n_e \leq n_k/4$, tedy v oblasti, kde vzniká Ramanova nestabilita, jsou $\lambda_D \simeq 9 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ a $\Lambda \simeq 10^3$. Hodnoty λ_D a Λ jsou při zadávání vstupních parametrů ve vytvořeném počítačovém programu kontrolovány.

Kvůli numerické stabilizaci transformační metody použité pro počítačové modelování laserové korony se ukazuje velmi vhodné použít ve Vlasovově rovnici zjednodušený Fokker-Planckův člen vyjadřující časovou změnu elektronové rozdělovací funkce při elektron-iontových srážkách. Na tomto místě tedy považujeme za vhodné uvést vztah pro srážkovou frekvenci tohoto procesu. V rámci zachování realističnosti numerického modelu je totiž důležité dosadit do modelu fyzikálně správné hodnoty tohoto členu, i když jsou srážky do modelu přidány pouze jednoúčelově právě kvůli numerické stabilitě. Předpoklad téměř bezsrážkového plazmatu, jak uvidíme později, je pro naše účely vzhledem k velmi vysoké frekvenci dopadající elektromagnetické vlny dobře splněn. Relativně přesný výpočet srážkové frekvence dává vztah [22]

$$\nu_{ei} = \frac{4(2\pi)^{1/2} Z^2 e^4 n_i \ln \Lambda}{3\sqrt{m_e} (K_B T_e)^{3/2}} \approx 2,9 \cdot 10^{-6} \frac{Z^2 n_i (\text{cm}^{-3}) \ln \Lambda}{[T_e (\text{eV})]^{3/2}} [\text{s}^{-1}], \quad (2.9)$$

kde Z je stupeň ionizace plazmatu a $\ln \Lambda$ je Coulombův logaritmus, tedy logaritmus plazmatického parametru. Již výše jsme uvedli, že typické plazma generované zařízením PALS dosahuje elektronové teploty $T_e \approx 0,9 \text{ keV}$. Později zjistíme, že nejvýznamnější

projevy stimulovaného Ramanova rozptylu zaznamenáváme v plazmatu s hodnotou elektronové koncentrace přibližně $0,04 n_{krit} \approx 2,8 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, což odpovídá zhruba elektronové plazmové frekvenci $\omega_{pe} \approx 3 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$. Pro tyto hodnoty dostáváme z (2.9) hrubý odhad hodnoty srážkové frekvence ($\ln \Lambda = 10$)

$$\frac{\nu_{ei}}{\omega_{pe}} \approx 10^{-4} Z^2. \quad (2.10)$$

2.2 Vlny v plazmatu bez vnějšího magnetického pole

V plazmatu existuje mnoho druhů vln. Pro studium stimulovaného Ramanova rozptylu je však potřeba znát pouze zákonitosti šíření vysokofrekvenční elektromagnetické vlny plazmatem, kde pohyb iontů se nezúčastňuje šíření vlny, a šíření elektronové plazmové, někdy též nazývané Langmuirovy nebo také Bohmovy-Grossovy¹, vlny. Disperzní rovnice pro první z nich za předpokladu nulového magnetického pole je uvedena v minulém odstavci v (2.1). Langmuirova vlna je podmíněna neustálými vysokofrekvenčními oscilacemi (s frekvencí ω_{pe} - viz vztah (2.2)) elektronů okolo svých rovnovážných poloh. Tyto oscilace existují v důsledku elektrického pole, které se objeví díky vychýlení elektronů z rovnovážných poloh² a které nutí elektrony k návratu do rovnovážné polohy. Elektrony však kvůli své setrvačnosti přeběhnou rovnovážnou polohu a celý děj se periodicky opakuje. Aby se mohl takový vzruch šířit, musí být plazma konečných rozměrů nebo musí existovat tepelný pohyb elektronů ($K_B T_e \neq 0$). Tímto mechanismem vzniká podélná elektronová vlna v plazmatu. Za předpokladu nulového magnetického pole lze podobně jako např. v [16] odvodit pro tuto vlnu disperzní relaci

$$\omega_e^2 = \omega_{pe}^2 + 3k_e^2 v_T^2, \quad (2.11)$$

kde ω_e , respektive k_e je frekvence, respektive vlnové číslo elektronové plazmové vlny a $v_T^2 = K_B T_e / m$ je tepelná rychlost elektronů.

Ještě uvedeme bez komentáře disperzní relaci pro šíření iontově-akustické vlny plazmatem

$$\omega_{ia} = \pm k_{ia} c_S, \quad (2.12)$$

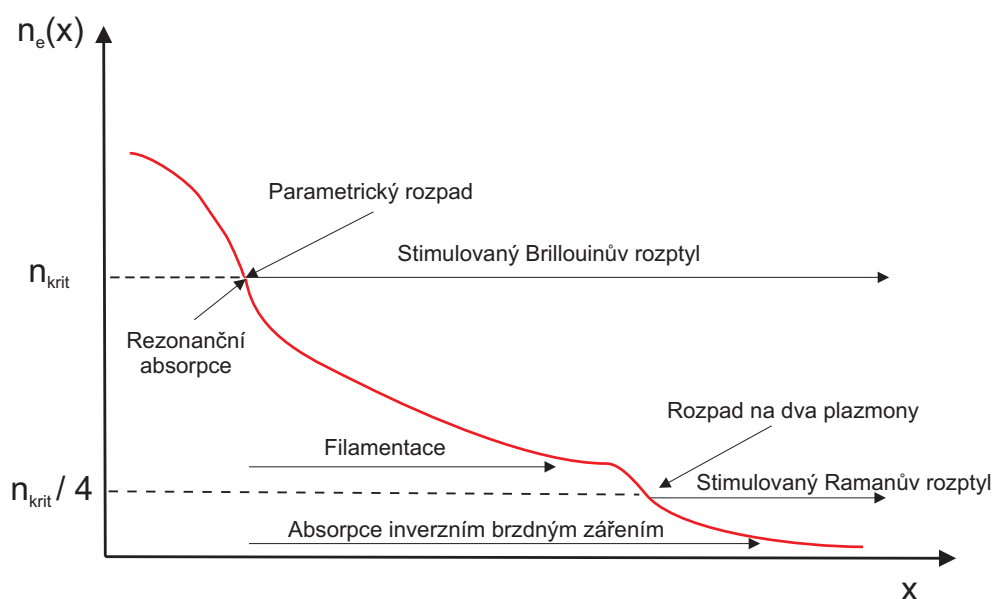
kde $c_S = (K_B T_e / M_i + 3K_B T_i / M_i)^{1/2}$ je rychlost šíření vlny v plazmatu, přičemž T_i je teplota iontů. Z disperzních vztahů obou druhů elektrostatických podélných vln (2.11) a (2.12) vidíme, že narozdíl od elektronové plazmové vlny u iontově-akustické vlny neexistuje žádný práh šíření vlny v podobě nejnižší možné frekvence vlny.

2.3 Interakce laserového záření s plazmatem

V předcházejících oddílech jsme se zmínili, že laserové světlo dopadající do plazmatu zde předává část své energie. Transformace energie elektromagnetického záření na tepelnou

¹podle autorů teorie elektronové plazmové vlny (1949)

²v této úvaze se předpokládá nehybné iontové pozadí



Obrázek 2.2: Domény jednotlivých druhů nelineárních interakcí v typické koruně terčíkového experimentu.

energií plazmatu je možná mnoha procesy. Studium těchto procesů je důležité pro celou řadu aplikací. Známé jsou absorpční mechanismy, mezi něž patří např. srážkový (dissipativní) proces absorpce inverzním brzdným zářením³, rezonanční absorpce a absorpce vyvolaná iontově-akustickými turbulencemi. Absorpční mechanismy v této práci nejsou uvažovány. Zmiňujeme se o nich pouze z důvodu jejich vlivu na procesy parametrického rozpadu, kde mohou způsobit útlum dopadající světelné vlny a tím zamezit vzniku nestability. Při experimentálním pozorování parametrických nestabilit je tedy nutné brát v úvahu i takové jevy.

U parametrických nestabilit dochází k rozpadu původní elektromagnetické vlny a produkci elektronové nebo iontové vlny. Útlum této vlny potom způsobuje ohřev plazmatu, přičemž celkové teplo dodané do plazmatu je zpravidla menší než u absorpčních jevů zmiňovaných výše. Mnohem důležitější je však v tomto případě skutečnost, že v důsledku interakce částic plazmatu se formuje dvouteplotní rychlostní rozdělení elektronů, čímž se lokálně narušuje termodynamická rovnováha plazmatu. Příkladem parametrické nestability může být stimulovaný Brillouinův rozptyl, kde vzniká iontově-akustická vlna, nebo stimulovaný Ramanův rozptyl či rezonanční rozpad na dva plazmony, které dávají vzniknout elektronovým plazmovým vlnám.

Oblasti laserové korony, ve kterých dominují jednotlivé druhy nestabilit, přehledně znázorňuje obrázek 2.2. Předkládaná práce se zabývá pouze nestabilitami, ve kterých jako aktivní prostředí vystupují pouze elektrony plazmatu, přičemž ionty v modelu sehrávají úlohu nehybného homogenního neutralizujícího prostředí. Hlavní důraz je tedy kladen na stimulovaný Ramanův rozptyl, kterému bude věnována celá příští kapitola.

³ *v angl. lit.* inverse Bremsstrahlung

Považujeme však za dobré diskutovat i vliv ostatních druhů nestabilit na chování laserového plazmatu jako celku. Přehled nejdůležitějších z nich je v následujícím textu.

2.3.1 Ponderomotorická síla

Z klasické elektrodynamiky je známo, že elektromagnetické vlny působí na prostředí silou, která se interpretuje jako tlak záření. V případě plazmatu má tato síla ještě další složku vznikající složitým mechanismem v důsledku oscilačního pohybu nabitých částic v nehomogenním elektromagnetickém poli, který se obvykle nazývá ponderomotorická síla. V dalším budeme tento pojem užívat vždy ve smyslu ustředněné ponderomotorické síly, které je schopna ovlivnit i pomalý pohyb iontů.

Sledujeme-li pohyb elektronu v oscilujících $\vec{\mathbf{E}}$ a $\vec{\mathbf{B}}$ polích vlny, můžeme tuto nelineární sílu odvodit (viz např. [16] nebo [52]). Pro ponderomotorickou sílu platí

$$\vec{\mathbf{F}}_{NL} = -\frac{1}{4} \frac{e^2 \varepsilon_0}{m \omega^2} \nabla E_p^2 = -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \nabla \frac{\varepsilon_0 \langle E^2 \rangle}{2}, \quad (2.13)$$

kde intenzita elektrického pole vlny je $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_p(\vec{\mathbf{r}}) \cos \omega t$ a $\langle \rangle$ značí středování přes čas.

Fyzikální mechanismus vzniku ponderomotorické síly je následující: Elektrony rychle oscilují ve směru $\vec{\mathbf{E}}$ dopadající světelné vlny, ale ionty její rytmus nestačí sledovat. Přesto vystředováním kvadratických členů v pohybových rovnicích vznikají pomalu proměnné nenulové složky síly, které pak ovlivňují i pohyb iontů. Tato efektivní síla je úměrná gradientu $\langle E^2 \rangle$.

Tato nízkofrekvenční síla působí na částice v plazmatu a pomocí ní se dají vysvětlit mnohé nelineární jevy, mezi něž patří rezonanční absorpce, změny profilu koncentrace plazmatu a samofokusace nebo filamentace laserového svazku, jejichž vliv na formování korony laserového plazmatu následně přiblížíme.

Rezananční absorpce. Mezi důsledky ponderomotorické síly patří i změna profilu hustoty plazmatu v místě rezonanční absorpce, ke které dochází po dopadu p-polarizované světelné vlny šikmo dopadající do plazmatu s přibližně lineárním profilem koncentrace. Hlavní vlastností rezonanční absorpce je produkce horkých elektronů (neohřívá narozdíl od srážkových procesů elektrony jako celek) v oblasti plazmatu s kritickou koncentrací. Tento druh absorpce je daleko významnější než proces srážkové absorpce inverzním brzděným zářením zejména v případě laserů s vyšší vlnovou délkou a vyšší intenzitou ($I_L \lambda_L^2 > 10^{19} \text{ (W/m}^2\text{)} \mu\text{m}^2$), kdy může dosáhnout hodnoty až 50 %. Ponderomotorická síla reprezentující tlak záření je schopna zestrmit průběh koncentrace nebo i vytvořit složitější formu profilu hustoty plazmatu.

Změna profilu koncentrace plazmatu. Dopadá-li elektromagnetická vlna do plazmatu s přibližně lineární prostorovou závislostí koncentrace, ponderomotorická síla, kterou vyvolává, způsobí přeskupení záporných nábojů do oblastí minim kvadrátu příčného elektrického pole, čímž se v profilu koncentrace vytvářejí jakési dutiny. Díky tomuto

efektu mohou v okolí kritické koncentrace dosáhnout perturbace elektronové koncentrace nadkritických hodnot a způsobit zachycení záření, které se nemůže v tak hustém plazmatu šířit. Vlivem pole vytvořeného dutinou se částice pohybující se směrem k terčíku zpomalují a naopak částice pohybující se od terčíku se urychlují. Tím se vytvoří v blízkosti kritické koncentrace velmi příkrý profil koncentrace naznačený na obrázku 2.1.

Předchozí jevy jsou ve své podstatě jednorozměrné, kdy důležitou roli hraje souřadnice ve směru šíření dopadajícího laserového svazku. Existují však další nestability, pro jejichž popis si s jednorozměrným popisem nevystačíme.

Samofokusace. Dopadne-li do plazmatu svazek laserových paprsků, vyvolá ponderomotorickou sílu v radiálním směru, která vytlačuje plazma ven ze svazku, čímž je zde plazmatická frekvence ω_{pe} menší a dielektrická konstanta větší než vně svazku. To způsobuje tzv. samofokusaci, kdy se plazma se chová jako konvexní čočka soustřeďující svazek do malého průřezu.

Filamentace. Rovinná elektromagnetická vlna procházející plazmatem je nestabilní vůči modulacím příčným ke směru šíření. Tyto rostoucí fluktuace koncentrace plazmatu způsobují, podobně jako při efektu změny profilu koncentrace plazmatu, vznik „světelných vláken“. Nelineární dielektrická konstanta plazmatu se saturuje, když se vlákna přemění na prázdné kanály, v nichž je zachycené záření. Jeho tlak vyvolaný ponderomotorickou silou pak vyvažuje tlak okolního plazmatu. Filamentace je vlastně samofokusezení spojené se vznikem mnoha menších kanálů.

Připomeňme však ještě další důležité důsledky ponderomotorické síly, mezi které patří například generování magnetického pole, generování druhé harmonické a v neposlední řadě parametrické nestability, mezi něž patří i Ramanův rozptyl.

2.3.2 Interakce „vlna-vlna“

V předcházejícím textu jsme naznačili, že ponderomotorická síla je zodpovědná za parametrickou nestabilitou při interakci vln v plazmatu. Existuje-li totiž v plazmatu podélná perturbace nábojové koncentrace a zároveň se plazmatem šíří silná elektromagnetická vlna (v našem případě pumpující laser), tak pokud jsou obě vlny blízko rezonance, ponderomotorická síla působící ve směru šíření dopadající vlny zesiluje podélné kmity. Pokud je splněna podmínka $\omega_0 > \omega_e$, vzniká elektrostatická a iontově-akustická vlna šířící se na opačné strany. Takové nestabilitě dopadající elektromagnetické vlny říkáme parametrický rozpad, pro který platí rezonanční podmínky

$$\omega_0 = \omega_e + \omega_{ia} \quad a \quad \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_e + \mathbf{k}_{ia}. \quad (2.14)$$

Podle analogie s kvantovou mechanikou si lze celý proces představit tak, že kvantum elektromagnetického záření (foton) produkuje kvantum elektronových plazmových oscilací

(plazmon) a kvantum iontově-akustických oscilací (fonon). Pro celkový počet zúčastněných kvant tedy musí platit

$$N_0 = N_e = N_{ia}. \quad (2.15)$$

Protože celková energie každého druhu vlny je $W = N\hbar\omega$, podle (2.15) platí

$$\frac{W_0}{\omega_0} = \frac{W_e}{\omega_e} = \frac{W_{ia}}{\omega_{ia}}. \quad (2.16)$$

Předchozí rovnost se nazývá Manley-Roweova relace [61]. Přirozeně podobným procesem vznikají interakcí elektromagnetické vlny s jinými druhy vln v plazmatu i další druhy parametrického rozpadu. Každý z nich je charakteristický pro určitou oblast korony laserového plazmatu. Tuto skutečnost přehledně znázorňuje obrázek 2.2, kde jsou pro typický tvar závislosti koncentrace na vzdálenosti od terčíku tyto zóny vyznačeny.

Stimulovaný Brillouinův rozptyl Nestabilitu spojenou s nelineární interakcí elektromagnetické vlny s nízkofrekvenční iontově-akustickou vlnou nazýváme stimulovaným Brillouinovým rozptylem. Rezonanční podmínky dostanou v tomto případě tvar

$$\omega_0 = \omega_B + \omega_{ia} \quad \text{a} \quad \vec{\mathbf{k}}_0 = \vec{\mathbf{k}}_B + \vec{\mathbf{k}}_{ia}. \quad (2.17)$$

Vzhledem k disperzi iontově-akustické vlny (2.12) v případě Brillouinova rozptylu neexistuje žádná další podmínka pro vznik nestability a k této nestabilitě tedy dochází v celé oblasti laserové korony. Vzhledem k tomu, že $\omega_{ia} \ll \omega_0$, podle Manley-Roweových vztahů platí

$$\frac{W_{ia}}{W_0} = \frac{\omega_{ia}}{\omega_0}, \quad (2.18)$$

což znamená, že proces zpětného rozptylu je energeticky velice nevýhodný. V tomto případě je totiž saturační úroveň W_0 jen o málo nižší než energie dopadající vlny, tj. původní dopadající vlna pokračuje v šíření plazmatem jen s nepatrně nižší amplitudou.

Stimulovaný Ramanův rozptyl vs. parametrický rozpad na dva plazmony

Rozptyluje-li se intenzivní laserové záření na elektronové plazmové vlně vzniká buď další plazmová vlna (2 plazmony) nebo rozptýlená elektromagnetická vlna (Raman). Doménou těchto interakcí je řídké plazma s koncentrací pod čtvrtinou kritické koncentrace. Ramanovu rozptylu, který je ústředním tématem práce, věnujeme celou následující kapitolu, takže na tomto místě se zmíníme pouze o rozpadu na dva plazmony. Rezonanční podmínky pro tuto nestabilitu jsou obdobné jako v předchozích případech

$$\omega_0 = \omega_{e1} + \omega_{e2} \quad \text{a} \quad \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_{e1} + \mathbf{k}_{e2}. \quad (2.19)$$

Výsledek soupeření těchto dvou konkurenčních procesů lze rozdělit z hlediska následujících oblastí laserové korony.

$0,2 < n_e/n_{\text{krit}} \leq 0,25$ – V tomto případě může dojít k Ramanově rozptylu i k rozpadu na dva plazmony zároveň. Práh nestability je v této oblasti plazmatu díky nehomogenitám relativně nízký, proto zde dochází k velmi silnému nelineárnímu chování za účasti mnoha fyzikálních procesů. Obě nestability se podle [54] začínají rozvíjet současně. Když dorostou do vysokých amplitud, ponderomotorická síla je natolik silná, že dochází k velkým oscilacím iontů při současné generaci rychlých elektronů. Ovšem zde se také začíná projevovat velké tlumení fluktuacemi iontů, čímž se zamezí dalšímu růstu nestability.

$n_e < 0,2 n_{\text{krit}}$ – Ramanův rozptyl může v tomto případě nastat za předpokladu, že koncentrace není příliš malá, což zajistí, že útlum elektronové plazmové vlny nebude příliš veliký. Z důvodu velkého tlumení nemůže naopak existovat parametrický rozpad na dva plazmony.

2.4 Interakce částic plazmatu s podélnými vlnami

V minulém oddílu jsme poznali fyzikální princip vzniku nestabilit v laserem generovaném plazmatu. Při některých z těchto nelineárních procesů vzniká vysokofrekvenční elektronová plazmová vlna s vysokou amplitudou, produkující obrovská periodická elektrická pole. Pohyb částic v plazmatu je pak těmito poli silně ovlivněn. Zmínili jsme se již, že částice s rychlostí blízkou fázové rychlosti plazmové vlny může být v minimu potenciálu této vlny zachycena a při interakci s ní může dokonce získat poměrně značnou energii. Vlna je tímto mechanismem následně bezesrážkově tlumena. V následujícím textu nás bude zajímat pohyb částice v potenciálu elektrostatické vlny a také blíže rozebereme sekundární nestability, které v důsledku interakce zachycených částic s vlnou v plazmatu vznikají. Uvádíme pouze fyzikální jevy, které mají přímou souvislost s numerickými simulacemi provedenými naším modelem (viz výsledky oddílu 6.4).

2.4.1 Pohyb nabitě částice v periodickém potenciálu

Pohyb nabitě částice v elektrostatickém poli je v laboratorní soustavě popsán Newtonovou pohybovou rovnicí

$$m\ddot{x}'(t) = F(x', t), \quad (2.20)$$

kde $F(x', t)$ je Coulombova síla kterou elektrostatické pole působí na částici (v našem případě na elektron)

$$F(x', t) = -eE(x', t). \quad (2.21)$$

Pokud elektrické pole v předchozím výrazu popisuje elektronovou plazmovou vlnu šířící se fázovou rychlostí v_f plazmatem lze vždy z laboratorní soustavy přejít transformací

$$x = x' - \frac{\omega}{k}t = x' - v_f t \quad (2.22)$$

do soustavy spojené s vlnou. Tím se zbavíme časové závislosti elektrického pole vlny. Standardním postupem známým z klasické mechaniky můžeme rovnici (2.20) upravit do tvaru⁴

$$\dot{x} = \sqrt{\frac{2e}{m_e}\varphi(x) + \frac{2\mathcal{E}}{m_e}}, \quad (2.23)$$

kde $\varphi(x) = -\int E(x)dx$ je elektrostatický potenciál vlny a $\mathcal{E} = m_e v_0^2/2$ je počáteční kinetická energie částice. Uvažujeme-li rovinnou plazmovou vlnu, kterou v soustavě spojené s vlnou můžeme podle transformace (2.22) napsat, $E(x) = E_0 \sin(kx)$ (pro jednoduchost jsme posunuli fázi vlny, aby jedno z minim potenciálu leželo v počátku), bude její elektrostatický potenciál mít tvar

$$\varphi(x) = -\frac{E_0}{k} \cos(kx).$$

Aby se částice pohybovala volně, výraz pod odmocninou v (2.23) musí být kladný, z čehož dostaneme podmínku pro relativní počáteční rychlost částic oddělující volné ($v_0 < -v_{sep}$ nebo $v_0 > v_{sep}$) a ve vlně zachycené částice ($-v_{sep} < v_0 < v_{sep}$) (separatrixu)

$$v_{sep} - v_f = \sqrt{\frac{2eE_0}{m_e k} (\cos(kx) + 1)}. \quad (2.24)$$

Pokračujeme-li dál v integraci pohybové rovnice, dospějeme ke vztahu

$$t - t_0 = \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{2e}{m_e}\varphi(x) + \frac{2\mathcal{E}}{m_e}}}. \quad (2.25)$$

Z posledního vzorce lze integrací přes oblast kmitů částic v elektrostatickém potenciálu vypočítat jejich frekvenci. My si však pro naše další úvahy vystačíme s aproximací dobře zachycených elektronů. V takovém případě, kdy se částice nachází v blízkém okolí potenciálového minima periodického pole, můžeme tento potenciál nahradit parabolou:

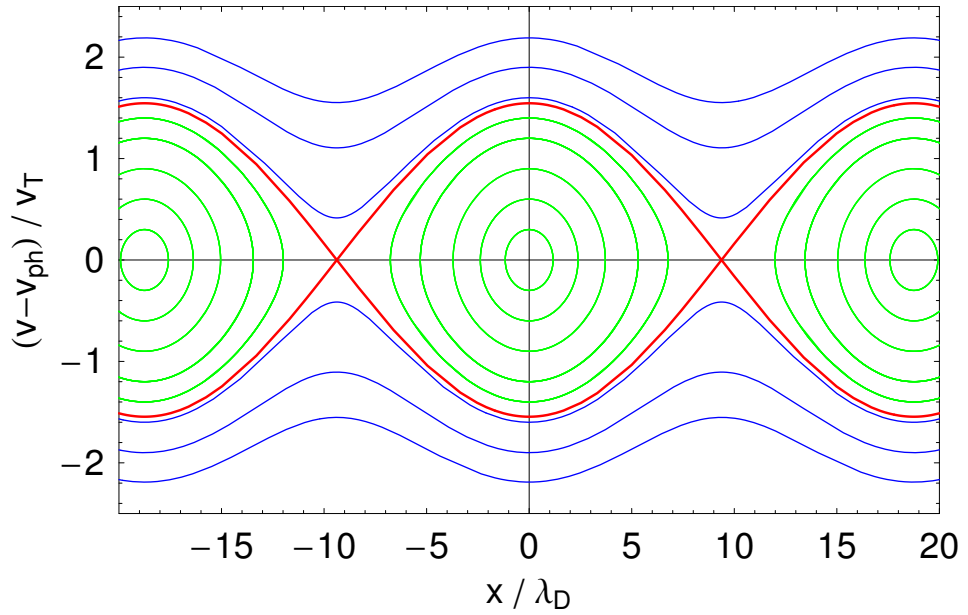
$$\varphi(x) = -\frac{E_0}{k} \cos(kx) \simeq -\frac{E_0}{k} + \frac{1}{2}E_0 k x^2 + O[x^4]. \quad (2.26)$$

V takovém případě bude elektrické pole $E(x) = E_0 k x$. Dosazením do pohybové rovnice (2.20) obdržíme v aproximaci dobře zachycených částic pro frekvenci kmitů částice ve vlně vztah

$$\omega_k = \sqrt{\frac{eE_0 k}{m_e}}. \quad (2.27)$$

Pokud bude kinetická energie částice větší, čímž se bude vzdalovat splnění podmínek pro dobře zachycenou částici, bude se frekvence jejích kmitů zvětšovat a předcházející vztah přestane platit. Řešení pohybové rovnice v případě periodického potenciálu ve tvaru kosinu demonstrujeme na obrázku 2.3, kde jsou vyznačeny trajektorie částic s různými počátečními podmínkami. Vznikají zde dva druhy částic: vlnou zachycené (na obrázku

⁴vynásobíme pohybovou rovnici \dot{x}



Obrázek 2.3: Trajektorie částic ve fázovém prostoru s různými počátečními podmínkami interagující s elektronovou plazmovou vlnou.

značeny zeleně) a volné (modré). Oba případy jsou jasně odděleny na obrázku červenou čarou (separatrixou), která je dána vzorcem (2.24). Můžeme zde také podle tvaru elips ve fázovém prostoru reprezentujících ve vlně zachycené částice dobře vidět, že náš předpoklad při určení frekvence kmitů elektronů ve vlně je splněn pro velké množství částic.

2.4.2 Nestabilita zachycených částic

V mnohých experimentech (např. [91], [41]) bylo prokázáno, že je-li v plazmatu vybudena podélná elektrostatičká vlna, dochází v průběhu času k rozšiřování její spektrální čáry a tím růstu postranních módů. Experimenty zároveň ukázaly, že frekvenční rozdíl mezi ústředním vlnovým módem a postranním módem je úměrný odmocnině amplitudy elektrostatičké vlny. Zdálo se tedy být zřejmé, že v tomto procesu musí hrát významnou roli zachycené elektrony kmitající v potenciálovém důlu vlny s frekvencí $\omega_k = \sqrt{eE_0k/m_e}$ odvozenou v předchozím textu (2.27). Vysvětlení bylo nabídnuto Krueřem, Dawsonem a Sudanem [53], kteří ve svých úvahách vzali v potaz tyto „rezonanční“ elektrony pohybující se společně s elektrostatičkou vlnou. V minulém oddílu jsme viděli, že většina zachycených elektronů kmitá ve vlně s frekvencí zhruba ω_k , takže se pohybují koherentně jako elektronový svazek a my můžeme očekávat podobný úkaz jako při dvousvazkové nestabilitě. Vzhledem k předchozímu můžeme zachycené částice nahradit svazkem harmonických oscilátorů, jež mají všechny stejnou frekvenci rovnou frekvenci kmitů dobře zachycených částic a nacházejí se u dna potenciálových důlů. Pohybová rovnice pro

takový systém potom bude

$$\ddot{x}_n(t) = -\omega_k^2(x_n - x_{n0} - v_f t) - \frac{e}{m_e} \int \frac{E(k^1, \omega^1) e^{ik^1 x_n - i\omega^1 t}}{(2\pi)^2} dk^1 d\omega^1, \quad (2.28)$$

kde $x_n - x_{n0} - v_f t$ je poloha oscilátoru vzhledem k n -tému dŕlu vlny a $E(k^1, \omega^1)$ je amplituda Fourierovy komponenty porušeného pole. Úpravami této rovnice [53] se lze dopracovat k disperznímu vztahu

$$1 = \frac{f_T^2}{(\omega - kv_f)^2 - \omega_k^2} \left[\frac{1}{\epsilon_L(k, \omega)} + \frac{1}{\epsilon_L(k - 2k_e, \omega - 2\omega_e)} \right], \quad (2.29)$$

kde f_T je poměr plazmovou vlnou zachycených elektronů, v_f fázová rychlost elektrostatické vlny, ω a k jsou frekvence respektive vlnové číslo postranního módu, ω_e , resp. k_e jsou frekvence respektive vlnové číslo plazmové vlny. Abychom mohli disperzní rovnici vyřešit, předpokládáme vztah pro dielektrickou funkci plazmatického pozadí $\epsilon_L(k, \omega)$ v aproximaci horké kapaliny:

$$\epsilon_L(k, \omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - 3k^2 v_T^2}, \quad (2.30)$$

kde v_T je tepelná rychlost plazmatu.

Tím se nám disperzní relace (2.29) redukuje na polynomiální algebraickou rovnici šestého řádu, kterou, známe-li počet ve vlně zachycených částic f_T , můžeme numericky řešit a hledat její kořeny. Výsledky řešení jsou prezentovány pro případ elektronové plazmové vlny vznikající při zpětném Ramanově rozptylu v sekci 6.4. Uvidíme, že profil závislosti míry růstu na vlnovém čísle postranního módu má tvar funkce se dvěma ostrými maximy symetricky umístěnými na obě strany od ústředního elektrostatického módu. Tyto výsledky budou porovnány s výsledky numerického modelu.

Kapitola 3

Stimulovaný Ramanův rozptyl

V minulé kapitole jsme zmínili skutečnost, že největší růst stimulovaného Ramanova rozptylu lze zaznamenat v oblasti plazmatické korony, kde je výrazně podkritická elektronová koncentrace s nízkým gradientem. Viděli jsme, že k takové situaci dochází zejména v okrajových oblastech korony s řídkým plazmatem v terčíkových experimentech nebo například v dutině s kapslí s termionizovaným palivem v experimentech s nepřímým ohřevem. V této kapitole podrobněji popíšeme nestabilitu stimulovaného Ramanova rozptylu a rozebereme podmínky jejího růstu v experimentu PALS.

3.1 Vymezení pojmu

Tato parametrická nestabilita získala své pojmenování podle analogie s rozptylem elektromagnetické vlny způsobeným změnami vibračního (popř. rotačního) pohybu atomů v molekulách nebo krystalech. Tento jev byl poprvé teoreticky předpovězen A. Smékalem v roce 1923 a experimentálně potvrzen o pět let později indickým fyzikem Ch. Ramanem při studiu rozptylových jevů v kapalinách a parách. V plazmatu je Ramanova nestabilita zjednodušeně popisována jako rezonanční rozpad dopadajícího fotonu na rozptýlený foton a plazmon. Rezonanční podmínky pro frekvenci a vlnový vektor jsou

$$\omega_L = \omega_R + \omega_e, \quad (3.1)$$

$$\vec{\mathbf{k}}_L = \vec{\mathbf{k}}_R + \vec{\mathbf{k}}_e. \quad (3.2)$$

kde ω_L resp. ω_R a $\vec{\mathbf{k}}_L$ resp. $\vec{\mathbf{k}}_R$ je frekvence a vlnový vektor dopadající resp. rozptýlené světelné vlny a ω_e resp. $\vec{\mathbf{k}}_e$ je frekvence resp. vlnový vektor elektronové plazmové vlny. Všechny zúčastněné vlny musí přibližně splnit lineární disperzní vztahy (2.1) a (2.11), které společně s rezonančními podmínkami (3.1) a (3.2) určují vlnová čísla a frekvence rezonančních módů. Vzhledem k tomu, že pro šíření elektromagnetické vlny plazmatem je nutná podmínka nejmenší frekvence $\omega_R \geq \omega_{pe}$, s přihlédnutím k rezonanční podmínce pro frekvence (3.1) pro vznik Ramanovy nestability dostáváme minimální možnou frekvenci dopadající elektromagnetické vlny

$$\omega_L \geq 2\omega_{pe}. \quad (3.3)$$

To znamená, že podle (2.3) k Ramanově rozptylu dochází pouze pokud v plazmatu platí:

$$n_e \leq \frac{n_{krit}}{4}. \quad (3.4)$$

V procesu Ramanovy nestability je část energie dopadajícího laserového svazku rozptýlena a další část je uložena do elektronové plazmové vlny. To lze snadno demonstrovat na analogii s kvantovou mechanikou. Pokud totiž rezonanční podmínky (3.1) a (3.2) vynásobíme Planckovou konstantou \hbar a uvědomíme si, že součin $\hbar\omega$ vyjadřuje energii fotonu případně plazmonu a $\hbar\vec{k}$ vyjadřuje jejich hybnost, dostaneme zákon zachování energie a zákon zachování hybnosti

$$\hbar\omega_L = \hbar\omega_R + \hbar\omega_e \quad (3.5)$$

$$\hbar\vec{k}_L = \hbar\vec{k}_R + \hbar\vec{k}_e. \quad (3.6)$$

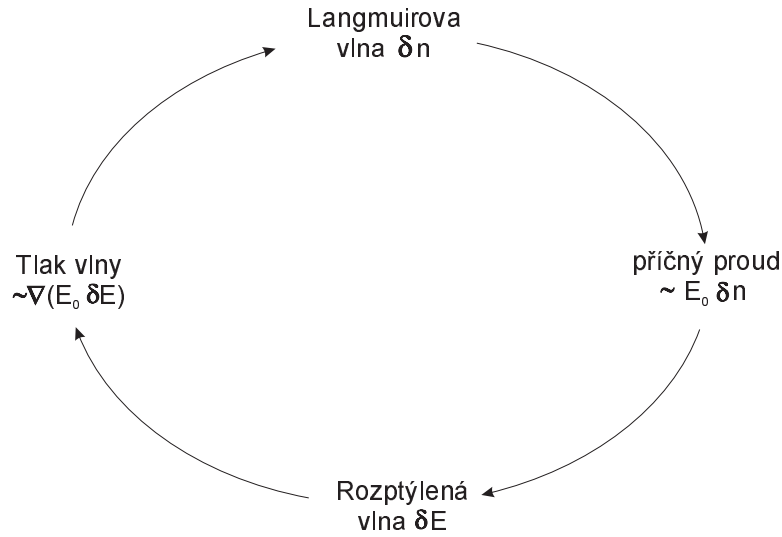
Z (3.5) a (3.6) je jasné, že každý foton podstupující tento proces předá do plazmatu část své energie (ω_e/ω_0). Tato energie při útlumu elektronové plazmové vlny ohřívá plazma. Fázová rychlost plazmové vlny může být velmi vysoká, a tak může produkovat elektrony s velmi vysokou energií. Jak jsme již zmínili v úvodu, takto urychlené elektrony hrají důležitou roli v mnoha terčíkových experimentech.

3.2 Fyzikální princip Ramanovy nestability

Uvažujme světelnou vlnu s amplitudou její elektrické složky E_0 a vlnovým vektorem \vec{k}_0 , která prochází plazmatem. Dále uvažujme, že koncentrace díky elektronové plazmové vlně fluktuuje okolo rovnovážné polohy o δn ve směru vlnového vektoru \vec{k}_0 , tedy že v plazmatu existují podélné kmity elektronů. Při těchto oscilacích elektronů v poli dopadající elektromagnetické vlny s rychlostí $v_e = eE_0/m\omega_0$ je generován příčný proud $\delta J = -ev_e\delta n$. Pokud je splněna frekvenční podmínka (3.1) a podmínka pro vlnové vektory (3.2) vzniká v důsledku proměnného příčného proudu rozptýlené světlo s amplitudou $\delta\vec{E}$. Toto světlo se však naopak skládá se světlem dopadajícím. Společně vyvolávají změny v tlaku záření $\simeq \nabla E_0^2$, které se projevují jako změny v obyčejném kinetickém tlaku a tlačí plazma z oblastí s vyšším tlakem do oblastí s nižším tlakem. Což způsobí perturbace koncentrace, jež mohou zesílit původní kmity. Takto vzniklá zpětná vazba je původcem Ramanovy nestability. Celá situace je schématicky znázorněna na obrázku 3.1.

3.3 Ramanův rozptyl v jednorozměrném případě

Řešením soustavy rovnic skládající se z rezonančních podmínek pro stimulovaný Ramanův rozptyl (3.1) a (3.2) a lineárních disperzních vztahů pro elektromagnetickou vlnu procházející plazmatem (2.1) a elektronovou plazmovou vlnu (2.11) dostaneme vlnová čísla a frekvence rezonančních vlnových módů. Vzhledem k tomu, že numerický model



Obrázek 3.1: Mechanismus růstu Ramanovy nestability

v předložené práci je jednorozměrný, budeme v našich úvahách nadále uvažovat pouze směr šíření laserového světla. Za takových podmínek existují pouze dvě fyzikálně významná řešení uvedené soustavy rovnic. Zatímco v obou případech vzniká elektronová plazmová vlna pohybující se ve směru šíření dopadající elektromagnetické vlny, rozptýlená elektromagnetická vlna se může pohybovat v obou směrech vzhledem ke směru šíření laseru. Rozlišujeme tak dopředný a zpětný Ramanův rozptyl.

Řešení soustavy rovnic lze v jednorozměrném případě velmi dobře demonstrovat na tzv. $\omega - k$ diagramu. Pro případ zpětného Ramanova rozptylu je příklad takového diagramu vynesena na obrázku 3.2. Na vodorovnou osu je vynášena složka vlnového vektoru \vec{k} ve směru šíření dopadající elektromagnetické vlny a na svislou osu frekvence ω . Dále jsou zde znázorněny disperzní křivky elektronové plazmové vlny (2.11) a elektromagnetické vlny v plazmatu (2.1). Dopadající elektromagnetická vlna (ω_L, k_L) o velké amplitudě se rozpadá na rozptýlenou elektromagnetickou vlnu (ω_R, k_R) pohybující se opačným směrem a elektronovou plazmovou vlnu (ω_e, k_e). Rovnoběžníková konstrukce přitom zajišťuje, že jsou zároveň splněny podmínky (3.1) a (3.2).

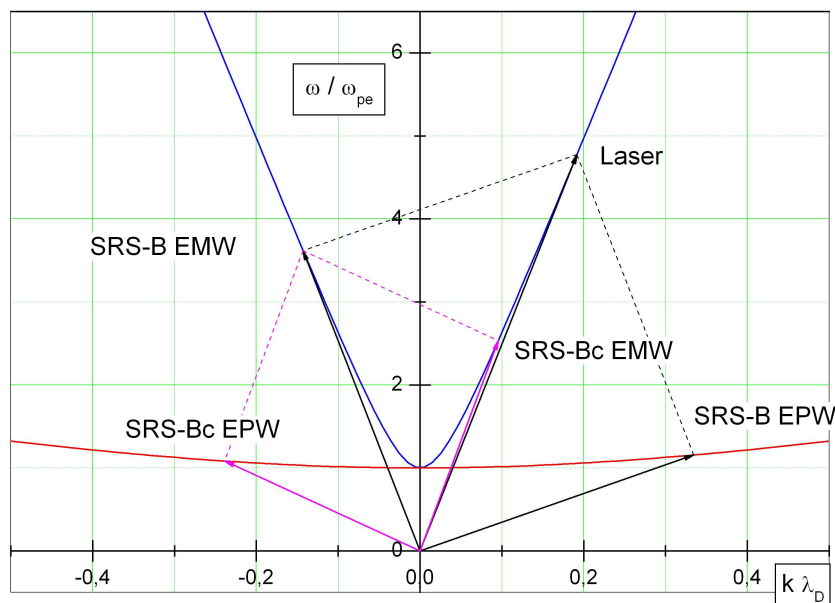
Pokud je amplituda zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny dostatečně veliká, může dojít k dalšímu zpětnému Ramanovu rozptylu této vlny. Pro vznik Ramanovy kaskády je však nutná mnohem přísnější podmínka než v případě primárního Ramanova rozptylu. Rezonanční podmínky budou v tomto případě

$$\omega_R = \omega_{Rc} + \omega_{ec}, \quad (3.7)$$

$$k_R = k_{Rc} + k_{ec}, \quad (3.8)$$

kde indexy Rc , respektive ec značí rozptýlenou elektromagnetickou vlnu, respektive elektronovou plazmovou vlnu Ramanovy kaskády. Protože minimální frekvence elektromagnetické vlny šířící se v plazmatu je $\omega_{Rc} \geq \omega_{pe}$, je zřejmé, že Ramanovo kaskádování

Raman backscattering coupled to an SRS cascade



Obrázek 3.2: $\omega - k$ diagram demonstrující splnění rezonančních podmínek pro frekvence a vlnová čísla při zpětném Ramanově rozptylu a následném sekundárním rozptylu zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny za vzniku Ramanovy kaskády.

vyžaduje, aby frekvence zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny

$$\omega_R \geq 2\omega_{pe}, \quad (3.9)$$

takže pro frekvenci dopadajícího laseru musí platit

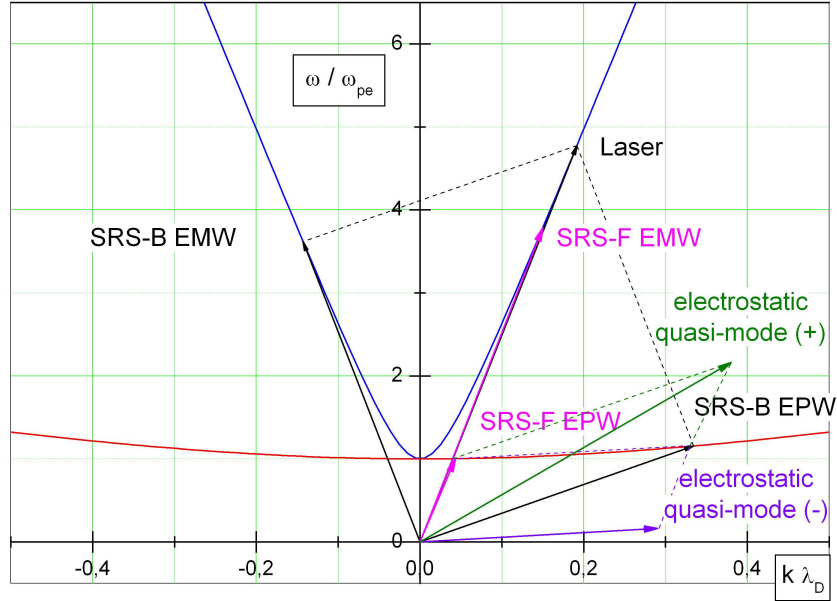
$$\omega_L \geq 3\omega_{pe}. \quad (3.10)$$

Vyjádříme-li tuto podmínku pro elektronovou koncentraci, dostaneme

$$n_e \leq n_{krit}/9. \quad (3.11)$$

Vidíme tedy, že ke vzniku Ramanovy kaskády může dojít pouze v okrajových oblastech laserové korony. Splnění rezonančních podmínek pro Ramanovu kaskádu je demonstrováno pomocí $\omega - k$ diagramu na obrázku 3.2. Zde se tedy zpětně se šířící elektromagnetická vlna vzniklá při primárním Ramanově rozptylu rozpadá na dopředu se pohybující elektromagnetickou vlnu Ramanovy kaskády a elektronovou plazmovou vlnu putující v opačném směru. Vzhledem k tomu, že fázová rychlost této vlny leží v těle rovnovážného rychlostního rozdělení elektronů, je zde silný sklon k zachycování a urychlování částic. Elektronů jsou v tomto případě urychlovány ve směru od terčíku, čímž napomáhají expanzi plazmatu a tím zkracují čas využitelný pro rekombinaci iontů. Této skutečnosti se s úspěchem využívá při získávání vysoce nabitých iontů v terčíkových experimentech. Numerické simulace prezentované v této práci zároveň ukazují na prudké snížení Ramanovy reflektivity po vzniku Ramanovy kaskády.

An electrostatic quasi-mode formation



Obrázek 3.3: $\omega - k$ diagram zobrazující formování nelineárních nerezonančních elektrostatických kvazimódů při společné existenci dopředného a zpětného Ramanova rozptylu v plazmatu.

Za určitých podmínek, které budeme detailněji diskutovat v následujícím oddílu, existují v plazmatu společně elektronové plazmové vlny zpětného i dopředného Ramanova rozptylu. V takovém případě se tyto vlny nelineárně kombinují v nerezonanční elektrostatický kvazimód [51]. $\omega - k$ diagram zobrazující formování elektrostatických kvazimódů je na obrázku 3.3. Existují dvě základní možnosti kombinace plazmových vlnových módů. První možností je kvazimód s rozdílovou frekvencí ($\omega_Q = \omega_1 - \omega_2$) a vlnovým číslem ($k_Q = k_1 - k_2$), kde ω_1 , resp. k_1 a ω_2 , resp. k_2 označují frekvence, resp. vlnová čísla elektrostatických módů nelineárně kombinujících se v kvazimód. Přibližná hodnota amplitudy efektivního elektrostatického potenciálu kvazimódu je [57]

$$\varphi_{eff} = -\frac{\varphi_1 \varphi_2}{2} \frac{ek_1 k_2}{m\Omega^2}, \quad (3.12)$$

kde $\Omega = \omega_1 - k_1 v_f = \omega_2 - k_2 v_f$. Fázová rychlost elektrostatického kvazimódu

$$v_f = \frac{\omega_Q}{k_Q} \quad (3.13)$$

dosahuje, jak je vidět také z obrázku 3.3, kde ji určuje směrnice vektoru (ω_Q, k_Q) , v tomto případě velmi malých hodnot a leží v oblasti s nejpravděpodobnějším výskytem elektronů v rovnovážném rozdělení. Lze tedy předpokládat, že jeho interakce s částicemi plazmatu bude velmi silná. Ale jak bude patrné z výsledků numerických simulací, efektivní potenciál elektrostatického kvazimódu zůstává v experimentu PALS poměrně malý, takže jeho vliv na částice ve fázovém prostoru je malý. Druhou možností kombinace plazmových

vln je kvazimód se součtovou frekvencí ($\omega_Q = \omega_1 + \omega_2$) a vlnovým číslem ($k_Q = k_1 + k_2$). Tato možnost je také zobrazena na obrázku 3.3. Vidíme zde, že v tomto případě je fázová rychlost kvazimódu podstatně vyšší, ale stále se nachází v těle elektronového rozdělení. Jeho vliv však také není příliš významný pro jeho nízkou amplitudu efektivního potenciálu.

3.4 Magneto hydrodynamický popis Ramanovy nestability

Pokud není potřeba kinetický popis plazmatu, je mnohem jednodušší použít magneto hydrodynamický popis plazmatu. V tomto případě se plazma považuje za směs dvou nabitých kapalin - elektronů a iontů, jejichž chování určuje soustava rovnic složená z pohybové rovnice kapaliny, rovnice kontinuity a vzhledem k tomu, že toto kontinuum je elektricky nabité, přidáme ještě úplnou sadu Maxwellových rovnic. Vztah mezi koncentrací a tlakem pak uzavírá celou soustavu rovnic. Řešením této soustavy diferenciálních rovnic v linearizovaném tvaru obdržíme míru růstu Ramanovy nestability. Takto získané hodnoty lze považovat za správné v první fázi vývoje systému, kdy jej neovlivňují kinetické efekty spojené se vznikající rezonanční elektronovou plazmovou vlnou. Zároveň budeme mít možnost určit oblasti laserové korony, ve kterých dominuje zpětný případně dopředný Ramanův rozptyl.

Zmíněný postup byl použit v [62] (Kapitola 3, str. 20), kde za předpokladu takřka nehybných iontů (díky jejich vysoké hmotnosti oproti elektronům), lineárně polarizované dopadající elektromagnetické vlny a s použitím Coulombovy kalibrace Maxwellových rovnic ($\nabla \cdot \vec{A} = 0$), byly v jednorozměrném případě odvozeny následující rovnice popisující plazma

$$\frac{\partial^2 \varphi(t, x)}{\partial x^2} = \frac{e}{\varepsilon_0} (n_e(t, x) - n_0), \quad (3.14)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\omega_{pe}^2 n_e(t, x)}{c^2 n_0} \right] A(t, x) = 0, \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial v_x(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{v_x^2(t, x)}{2} - \frac{e}{m_e} \varphi(t, x) + \frac{e}{2m_e} A^2(t, x) \right] = -\frac{1}{m_e n_e(t, x)} \frac{\partial p(t, x)}{\partial x}, \quad (3.16)$$

kde t značí čas, x jedinou prostorovou souřadnici, n_0 konstantní koncentraci iontů, $v_x(t, x)$ rychlost ve směru prostorové souřadnice, $p(t, x)$ tlak v elektronové kapalině, $\varphi(t, x)$ elektrostatický potenciál a $A(t, x)$ příčnou složku vektorového potenciálu. Aby byla soustava rovnic uzavřená, je ještě nutné přidat stavovou rovnici v obecném tvaru:

$$p(t, x) = C n^\gamma(t, x), \quad (3.17)$$

kde γ je poměr specifických tepel C_p/C_V .

3.4.1 Disperzní rovnice pro Ramanovu nestabilitu

Aby bylo možné soustavu (3.14)-(3.17) řešit analyticky je nutné předpokládat, že neznámé veličiny lze rozepsat na součet neměnné (s indexem 0) plus proměnné části (s indexem 1) s tím, že platí $n_1 \ll n_0$ a $A_1 \ll A_0$. Pak použijeme poruchový počet a v rovnicích zanedbáme členy vyššího řádu než prvního. Po takových úpravách dostanou rovnice (3.14)-(3.17) tvar:

$$\left[c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \omega_{pe}^2 \right] A_1 = \frac{\omega_p^2 A_0}{n_0} n_1, \quad (3.18)$$

$$\left[v_T^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \omega_{pe}^2 \right] n_1 = -\frac{en_0}{m_e} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (A_0 A_1). \quad (3.19)$$

Podle Focquetova teorému [92] lze řešení výsledné soustavy hledat ve tvaru řad

$$A_1 = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \alpha_l \exp i[(kx - \omega t) + l(k_0 x - \omega_0 t)], \quad (3.20)$$

$$n_1 = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \nu_l \exp i[(kx - \omega t) + l(k_0 x - \omega_0 t)], \quad (3.21)$$

kde k a ω značí vlnový vektor a frekvenci hledané vlny, k_0 a ω_0 vlnový vektor a frekvence dopadající vlny, přičemž dopadající vlnu pokládáme za rovinnou a monochromatickou ($A_0 = 0, 5A_0[\exp i(k_0 x - \omega_0 t) + \exp -i(k_0 x - \omega_0 t)]$). Snadnými algebraickými úpravami s uvážením pouze členu s indexem $l = 0$ (ostatní zanedbáme jako malé) dostaneme postupem zmíněným v [62] disperzní vztah

$$\omega^2 - \omega_e^2 = \frac{\omega_{pe}^2 k^2 v_{osc}^2}{4} \left[\frac{1}{Z(\omega - \omega_0, k - k_0)} + \frac{1}{Z(\omega + \omega_0, k + k_0)} \right], \quad (3.22)$$

kde jsme označili rychlost elektronů v poli dopadající elektromagnetické vlny $v_{osc} = eA/m_e$ a

$$Z(\omega, k) = \omega^2 - c^2 k^2 - \omega_{pe}^2. \quad (3.23)$$

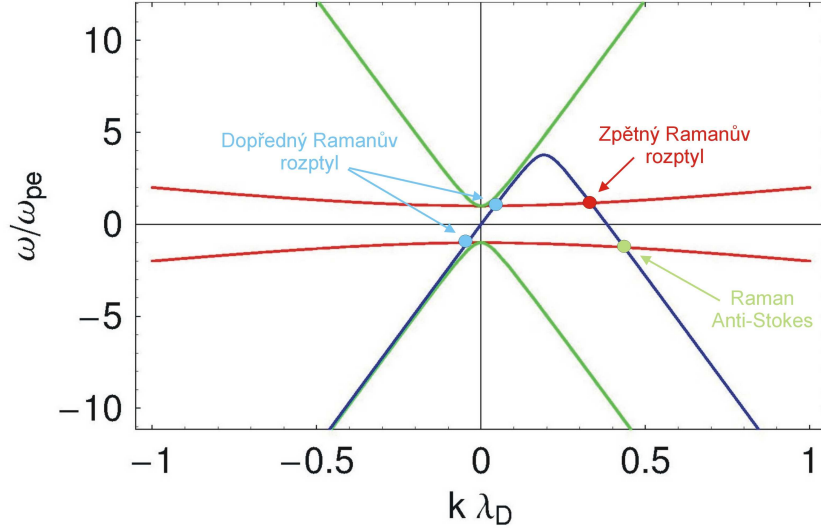
Z obrázku 3.4 je patrné, že pro řešení disperzní rovnice v případě zpětného Ramanova rozptylu stačí uvažovat pouze první člen v hranaté závorce na pravé straně (druhý je daleko od rezonance).

Položíme $\omega = \omega_e + \delta$, kde $\delta \ll \omega_e$. Největší růst nastane, pokud je rozptýlené světlo také v rezonanci. Pro zpětný Ramanův rozptyl se sníženou frekvencí rozptýleného světla musí platit rezonanční podmínka

$$(\omega_e - \omega_0)^2 - \omega_R^2 = 0. \quad (3.24)$$

Dosadíme-li podmínku (3.24) do rovnice (3.22), obdržíme míru růstu $\delta = i\gamma$, kde

$$\gamma_B = \frac{kv_{osc}}{4} \sqrt{\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_e(\omega_0 - \omega_e)}}. \quad (3.25)$$



Obrázek 3.4: Grafické řešení soustavy zahrnující rezonanční podmínky pro vlnová čísla a frekvence a lineární disperzní rovnice pro rezonanční vlnové módy.

Složku vlnového vektoru určíme z rezonanční podmínky (3.24). Pro zpětný rozptyl dostáváme pro maximální růst,

$$k = k_0 + \frac{\omega_0}{c} \left(1 - \frac{2\omega_{pe}}{\omega_0}\right)^{1/2}. \quad (3.26)$$

Z (3.26) vyplývá, že vlnové číslo je v rozmezí $k = 2k_0$ pro $n \ll n_{krit}/4$ a $k = k_0$ pro $n \sim n_{krit}/4$, jak se dá vyvodit i přímo z rezonančních podmínek.

Pro určení míry růstu v případě dopředného Ramanova rozptylu jsou oba dva členy na pravé straně disperzní rovnice blízko rezonance, jak vidíme na obrázku 3.4. Proto naše úvahy omezíme pouze na plazma s nízkou koncentrací, kde můžeme přibližně položit

$$\omega_0 \approx ck_0. \quad (3.27)$$

Z rezonančních podmínek (3.1), (3.2) a disperzních vztahů elektromagnetických a elektrostatických vln (2.1), (2.11), přičemž pro řídké plazma a dopředný rozptyl můžeme přibližně uvažovat $\omega_e \approx \omega_{pe}$, dostaneme použitím předchozí aproximace vztah

$$k = \frac{\omega_{pe}}{c}. \quad (3.28)$$

Potom jednoduchými úpravami ve zmíněném přiblížení, položíme-li $\omega \simeq \omega_{pe} + \delta$, kde $\delta \ll \omega_{pe}$, dospějeme k výrazu

$$Z(\omega \pm \omega_0, k \pm k_0) \simeq 2(\omega_{pe} \pm \omega_0)\delta. \quad (3.29)$$

Pro míru růstu dopředného Ramanova rozptylu po dalších jednoduchých algebraických úpravách dostáváme

$$\gamma_F = \frac{v_{osc}k}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2 - \omega_{pe}^2}} \simeq \frac{v_{osc}}{c} \frac{\omega_{pe}^2}{2\sqrt{2}\omega_0}. \quad (3.30)$$

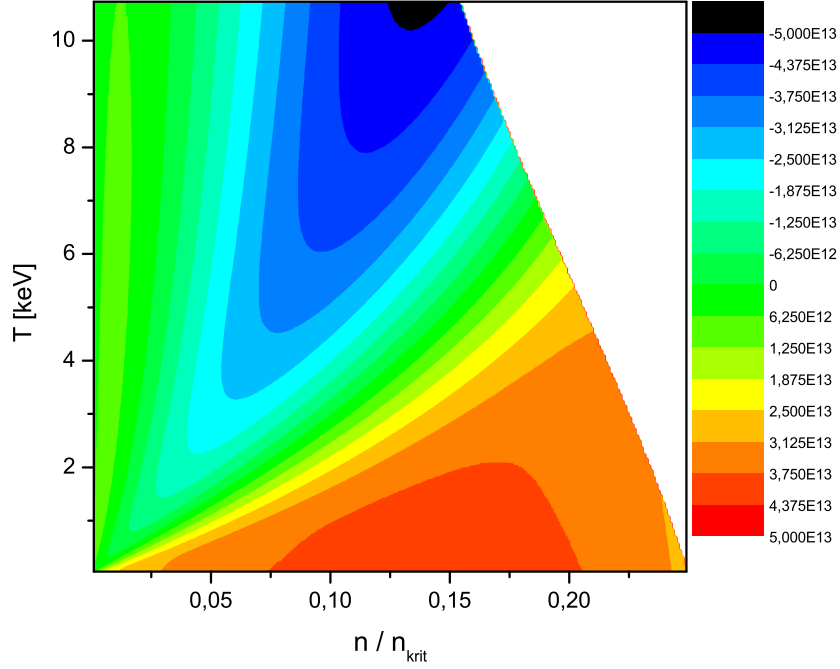
V provedeném výpočtu jsme neuvažovali útlum dceřiných vln ať už je dán srážkovými nebo nesrážkovými mechanismy nebo nastává na nehomogenitách v plazmatu. Zmíněné efekty vedou k tzv. prahu nestability, který určuje minimální hodnoty intenzity dopadajícího světla, aby mohlo dojít ke vzniku Ramanovy nestability. U plazmatu složeného z iontů těžkých prvků je tento práh určován převážně srážkovými mechanismy (především inverzním brzděním záření), zatímco plazma tvořené ionty lehkých prvků, s jakým se setkáme hlavně u experimentů s řízenou termonukleární fúzí, práh nestability určují hlavně nehomogenity plazmatu. Gradient koncentrace vznikající při expanzi laserového plazmatu omezuje dále oblast plazmatu, ve které může dojít k rezonanci mezi všemi třemi zúčastněnými vlnami.

Vzhledem k tomu, že v našem modelu srážkový útlum ani nehomogenity plazmatu neuvažujeme, ponecháme tento problém bez bližší diskuse s odvoláním na literaturu (např. [52]).

3.5 Stimulovaný Ramanův rozptyl v podmínkách experimentu PALS

Stanovit dominanci zpětného případně dopředného rozptylu v jednotlivých částech laserové korony je důležité v každém experimentu s laserovým plazmatem. Takové odhady již byly v některých pracích prováděny [48]. My pomocí výsledků získaných v předcházejícím oddílu sestavíme pro parametry plazmatu generovaného systémem PALS přibližnou mapu, ve které budou zakresleny oblasti s dominantním zpětným případně dopředným Ramanovým rozptylem v závislosti na koncentraci a teplotě plazmatu. Samozřejmě takto získané výsledky jsou pouze orientační, neboť jsou vypočteny na základě lineární teorie, mohou však sloužit jako velmi užitečná pomůcka pro nastavení parametrů plazmatu v numerických simulacích. Obecně lze říci, že míra růstu zpětného Ramanova rozptylu je větší než v případě dopředného rozptylu a o dominanci jedné či druhé varianty rozptylu rozhoduje míra útlumu jejich dceřiných elektronových plazmových vln. Vzhledem k tomu, že srážkový útlum je vzhledem k frekvencím vln zanedbatelný, budeme ve svých úvahách počítat pouze s bezsrážkovým Landauovým útlumem. Landauův útlum je způsoben interakcí zachycených částic s vlnou. Tato interakce se často připodobňuje k pohybu surfaře na mořských vlnách, kdy surfař, pokud má rychlost blízkou rychlosti mořské vlny, je touto vlnou zachycen a urychlen. Podobné je to i v případě částic plazmatu, kterým je předávána část energie podélné elektrostatické vlny, zatímco tato vlna je utlumována. Disperzní vztah pro tento útlum poprvé odvodil ruský fyzik Landau správnou volbou integrační cesty okolo singularity v komplexní rovině. Celé odvození lze najít například v [52], my zde uvedeme pouze vztah pro imaginární část frekvence elektronových plazmových vln platnou za předpokladu rovnovážného Maxwellova rozdělení, tedy míru útlumu této vlny:

$$\frac{\gamma_L}{\omega} = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{pe}^2 \omega}{|k^3| v_T^3} \exp\left(-\frac{\omega^2}{2k^2 v_T^2}\right), \quad (3.31)$$



Obrázek 3.5: Oblasti plazmatické korony s převládajícím dopředným (modré) a zpětným (červené) Ramanovým rozptylem. Zeleně je vyznačena oblast společné existence obou druhů rozptylu. Bílá barva naopak označuje oblast plazmatu bez Ramanova rozptylu. Výsledky jsou vypočteny pro zařízení PALS ($\lambda_L = 1,3152 \mu m$ a $I_L = 10^{20} W/m^2$).

kde ω a k značí frekvenci a vlnové číslo elektronové plazmové vlny ($\omega^2 = \omega_{pe}^2 + 3k^2 v_T^2$).

Máme tedy vztahy pro míru růstu zpětného (3.25) a dopředného (3.30) Ramanova rozptylu a vztah pro lineární míru bezesrážkového Landauova útlumu (3.31) elektronové plazmové vlny. Potřebujeme však ještě znát frekvenci a vlnové číslo rezonanční elektronové plazmové vlny. Raději než vztah (3.26) použijeme přesnější rovnici pro vlnové číslo plazmové vlny odvozenou v [47]:

$$\frac{k_{B,F}}{k_0} = \frac{1 \pm \left(\frac{1-2\sqrt{N}}{1-N} \right)^{1/2} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{v_T}{c} \right)^2 \frac{(2-\sqrt{N})(1-\sqrt{N})}{1-2\sqrt{N}} \right]}{1 + 3 \left(\frac{v_T}{c} \right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{N}} - 1 \right)}, \quad (3.32)$$

kde jsme označili $N = n_e/n_{krit}$. Index B a znaménko plus odpovídá zpětnému a index F a znaménko minus dopřednému Ramanovu rozptylu.

Laser zařízení PALS pracuje na vlnové délce $\lambda_L = 1,3152 \mu m$, což odpovídá frekvenci $\omega_L = 1,432 \cdot 10^{15} s^{-1}$. Hustota výkonu elektromagnetické vlny produkované tímto experimentálním zařízením je ve fokusu o průměru přibližně $100 \mu m$ na terčičku mezi $I_L = 10^{19} W/m^2$ a $I_L = 10^{20} W/m^2$. Tyto hodnoty použijeme pro stanovení amplitudy vektorového potenciálu a následně střední rychlosti oscilace částic v poli dopadajícího elektromagnetického záření nutnou pro určení míry růstu Ramanovy nestability. Takto získané výsledky jsou pro hustotu výkonu laseru $I_L = 10^{20} W/m^2$ zobrazeny na ob-

rázku 3.5.

Na grafu je vyneseno rozdílné míry růstu dopředného a zpětného Ramanova rozptylu zmenšený o míru Landauovského útlumu. Modré regiony tedy značí převládající dopředný Ramanův rozptyl a červené zpětný Ramanův rozptyl. Oblasti společné existence obou rozptylů označuje zelená barva. Bílá oblast grafu označuje plazma, ve kterém nemůže docházet ke stimulovanému Ramanovu rozptylu. Musíme si totiž uvědomit, že podmínka $n_e \leq n_{krit}/4$ přestává platit v horkém plazmatu, kdy střední tepelná rychlost dosahuje značných hodnot a my nemůžeme položit $\omega_e \simeq \omega_{pe}$ v disperzní rovnici elektronové plazmové vlny (2.11). Započítáme-li totiž tepelný pohyb částic, dostaneme z (3.1) novou podmínku pro vznik Ramanovy nestability

$$\omega_L \geq \omega_{pe} + \sqrt{\omega_{pe}^2 + v_T^2 k_e^2}. \quad (3.33)$$

Elektronová plazmová vlna dopředného Ramanova rozptylu má většinou velmi vysokou fázovou rychlost srovnatelnou s rychlostí světla, takže je zřejmé, že její Landauův útlum je velmi nízký. Naopak plazmová vlna zpětného Ramanova rozptylu má fázovou rychlost v blízkosti těla elektronové rozdělovací funkce a její hodnota se s klesající elektronovou koncentrací snižuje, a tudíž její interakce s částicemi plazmatu je poměrně silná a vlna je zejména v řídkých okrajových oblastech laserové korony silně Landauovsky tlumena. Navíc míra růstu zpětného Ramanova rozptylu s klesající koncentrací klesá. Tato skutečnost je velmi dobře vidět na zmíněném obrázku. Můžeme tedy uzavřít, že v experimentu PALS, kde je typicky dosahováno elektronové teploty $T \approx 1 \text{ keV}$, existuje široká oblast s dominantním vlivem zpětného Ramanova rozptylu s koncentrací v rozmezí od $0,05 n_{krit}$ do $0,25 n_{krit}$. Následuje úzká oblast v okolí elektronové koncentrace $0,05 n_{krit}$ společné existence obou druhů Ramanova rozptylu a v nejbližší oblasti potom převládá dopředný Ramanův rozptyl. Z uvedeného je tedy patrné, že největší důraz při numerických výpočtech bude kladen na simulace plazmatu s koncentrací v okolí hodnoty $n_e/n_{krit} = 0,05$, což odpovídá hodnotě elektronové plazmové frekvence $\omega_{pe} = 3 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$. V této oblasti korony je elektrostatické spektrum obohaceno o čáry náležející elektrostatickým kvazimódům.

Musíme však připomenout, že takto získané výsledky jsou pouze orientační a slouží jen jako pomůcka pro správné nastavení parametrů plného Vlasov-Maxwellova numerického modelu. Zde totiž nejsou zahrnuty efekty spojené se zachycováním částic ve vlně, sekundárním Ramanovým rozptylem nebo sekundární nestabilitou způsobenou zachycenými částicemi. Pro popis těchto jevů a jejich vlivu na vývoj celého systému musíme použít právě kinetický model zahrnující Vlasovovu rovnici. Výsledky získané takovými simulacemi tvoří ústřední část předkládané práce a lze je nalézt v kapitole 6.

Stejný postup bychom mohli zvolit i pro získání podobné orientační mapy pro Ramanovu kaskádu vznikající sekundárním rozptylem zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny. Bohužel lineární teorie nám nemůže dát odpověď na otázku, jaká je amplituda rozptýlené vlny po saturaci způsobené nelineárními interakcemi, která je nezbytným předpokladem pro vznik Ramanovy kaskády. Částečnou odpověď však můžeme v rámci

magnetohydrodynamiky získat pomocí metody, v níž se obálky vln účastnících se interakce považují za s časem pomalu se měnící, kterou detailněji popíšeme v následujícím oddílu. Cílem takového přístupu je získat poměrně jednoduché diferenciální rovnice popisující chování vln v plazmatu přístupné pro numerickou integraci.

3.6 Obálkový popis třívlenných interakcí

Pro lepší pochopení fyzikálních výsledků získaných úplným modelem používáme zjednodušený model založený na řešení rovnic popisujících nelineární interakci tří vln [90]. Výsledky lze použít pro předpověď časové evoluce jednotlivých vlnových módů a výsledné amplitudy elektrického pole longitudinální vlny, ve které se zachycují a urychlují elektrony. Zdůrazněme ovšem, že vliv částic na časový vývoj rezonančních vln v plazmatu není v tomto modelu započten.

Při odvozování obálkových rovnic vyjdeme ze soustavy (3.14)-(3.17) popisující plazma v jednorozměrném případě v magnetohydrodynamickém přiblížení. Snadnými algebraickými úpravami se zanedbáním konvektivního členu v pohybové rovnici elektronové kapaliny dostaneme následující soustavu parciálních diferenciálních rovnic:

$$\left[c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \omega_{pe}^2 \right] A = -\omega_{pe}^2 A \frac{\partial E}{\partial x}, \quad (3.34)$$

$$\left[v_T^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \omega_{pe}^2 \right] E = \omega_{pe}^2 \frac{e}{m_e} A \frac{\partial A}{\partial x}, \quad (3.35)$$

kde E je podélná složka elektrického pole. Nyní aplikujeme formalismus svázaných vlnových módů, kdy definujeme komplexní amplitudy příčných elektromagnetických vln a podélných elektronových plazmových vln. Řešení soustavy tedy budeme hledat ve tvaru

$$A(x, t) = \frac{1}{2} A_0(x, t) e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} + \frac{1}{2} A_R(x, t) e^{i(k_R x - \omega_R t)} + c.c. \quad (3.36)$$

$$E(x, t) = \frac{1}{2} E_e(x, t) e^{i(k_e x - \omega_e t)} + c.c., \quad (3.37)$$

kde $A_0(x, t)$, respektive $A_R(x, t)$ značí s časem pomalu měnící se komplexní amplitudu dopadající, respektive rozptýlené elektromagnetické vlny, $E_e(x, t)$ je pomalu měnící se komplexní amplituda elektronové plazmové vlny vznikající při Ramanově rozptylu a $c.c.$ značí komplexní sdružení předchozích výrazů. Dosadíme rozpis vektorového potenciálu (3.36) a podélné složky elektrického pole (3.37) do rovnic (3.34) a (3.35), přičemž díky předpokladu pomalých prostorových i časových změn obálek jednotlivých vln zanedbáme jejich druhé derivace. Pro pumpující vlnu (ω_0, k_0) s použitím standardního pokrácení při algebraických úpravách díky disperznímu vztahu nultého řádu dostaneme rovnici

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + v_{g0} \frac{\partial}{\partial x} \right] A_0 = -\frac{e}{4m_e} \frac{k_e}{\omega_0} A_R E_e e^{i\Delta\omega t}, \quad (3.38)$$

kde $v_{g0} = c^2 k_0 / \omega_0$ označuje grupovou rychlost dopadající elektromagnetické vlny. Protože úplný numerický model, se kterým chceme výsledky porovnávat, je periodický a

umožňuje přesné splnění rezonanční podmínky pro vlnová čísla, předpokládali jsme při odvození předchozí rovnice perfektní splnění rezonanční podmínky

$$k_0 = k_R + k_e. \quad (3.39)$$

V případě frekvenční rezonanční podmínky umožňujeme jisté rozladění $\Delta\omega$

$$\omega_0(k_0) + \Delta\omega = \omega_R(k_R) + \omega_e(k_e). \quad (3.40)$$

Podobným postupem získáme i zbývající dvě rovnice s tím rozdílem, že pro splnění rezonančních podmínek je potřeba, aby výraz $ik_e E_e \exp(i\Delta\omega t)$ na pravé straně rovnice byl komplexně sdružený. Dostáváme tedy v konečné formě:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + v_{gR} \frac{\partial}{\partial x} \right] A_R = \frac{e}{4m_e} \frac{k_e}{\omega_R} A_0 E_e^* e^{-i\Delta\omega t}, \quad (3.41)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + v_{ge} \frac{\partial}{\partial x} \right] E_e = \frac{e}{4m_e} \frac{k_e}{\omega_e} A_0 A_R^* e^{-i\Delta\omega t}, \quad (3.42)$$

kde $v_{gR} = c^2 k_R / \omega_R$ a $v_{ge} = 3v_T^2 k_e / \omega_e$ jsou opět grupové rychlosti rozptýlené elektromagnetické vlny respektive elektronové plazmové vlny.

Abychom se zde víc přiblížili úplnému Vlasov-Maxwellovu modelu přidáme ještě do rovnic fenomenologické vztahy pro srážkový útlum zúčastněných vln [29]:

$$\nu_0 = \frac{\omega_{pe}^2 \nu_{ei}}{2\omega_0^2}, \quad (3.43)$$

$$\nu_R = \frac{\omega_{pe}^2 \nu_{ei}}{2\omega_R^2}, \quad (3.44)$$

kde ν_{ei} (viz (2.9)) je efektivní srážková frekvence elektronů s ionty. Abychom alespoň částečně v rámci lineární teorie započítali vliv zachycování částic v elektrostatické vlně, u elektronových plazmových vln přibude ještě bezsrážkový Landauův útlum γ_L a výsledný tvar tlumícího členu bude v tomto případě

$$\nu_e = \frac{\nu_{ei}}{2} + \gamma_L. \quad (3.45)$$

Vzhledem k tomu, že Vlasov-Maxwellův model popisuje nekonečné periodické plazma a v obálkovém modelu uvažované vlnové módy jsou rovinné monochromatické vlny, nemůžeme očekávat žádnou prostorovou závislost jejich obálek. Rovnice tedy nabudou následující tvar:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_0 \right) A_0 = -\frac{e}{4m_e} \frac{k_e}{\omega_0} A_R E_e e^{i\Delta\omega t} + \nu_0 A_L, \quad (3.46)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_R \right) A_R = \frac{e}{4m_e} \frac{k_e}{\omega_R} A_0 E_e^* e^{-i\Delta\omega t}, \quad (3.47)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_e \right) E_e = \frac{e}{4m_e} \frac{k_e}{\omega_e} A_0 A_R^* e^{-i\Delta\omega t}. \quad (3.48)$$

Do rovnice (3.46) jsme navíc přidali člen vyjadřující stálou přítomnost pumpující elektromagnetické vlny dopadajícího dlouhého laserového pulsu.

Podobné rovnice lze samozřejmě napsat i pro případ současného dopředného Ramanova rozptylu. Za těchto okolností přibude na pravé straně rovnice (3.46) nelineární interakční člen pro dopředný rozptyl $-(ek_F/4m_e\omega_0)A_+E_Fe^{i\Delta\omega t}$ a k rovnicím (3.47) a (3.48) přibudou další podobné vyjadřující dopředný rozptyl. Stejným postupem lze započítat i sekundární Ramanův rozptyl zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny. Jak ovšem uvidíme později, v oblastech plazmatu, kde se projeví zmíněné jevy, dochází k silné interakci dceřiné elektronové plazmové vlny zpětného rozptylu s částicemi plazmatu, takže uvedená aproximace vln s pomalu proměnnými obálkami přestává platit.

Nicméně tento model bude použit pro interpretaci výsledků získaným úplným Vlasov-Maxwellovým modelem v oblasti hustšího plazmatu se slabou interakcí „vlna-částice“ v oddílu 6.2.

Kapitola 4

Numerický model korony laserového plazmatu

Numerické metody hrají ve fyzice plazmatu velice důležitou roli. Základní rovnice popisující chování plazmatu lze totiž velice snadno napsat, ale díky jejich nelineárnímu charakteru je lze jen velice obtížně řešit. Obecně existují dva druhy teoretického popisu plazmatu. První z nich je magnetohydrodynamika, kde je plazma považováno za směs nabitých kapalin a k řešení takové úlohy se používají rovnice běžné hydrodynamiky společně s úplnou sadou Maxwellových rovnic popisujících chování kapalin v self-konzistentním elektromagnetickém poli. Je zřejmé, že při takovém popisu uvažujeme plazma v termodynamicky rovnovážném stavu, jež je určen jediným parametrem - teplotou. Druhý přístup je kinetický. Zde se časová evoluce plazmatu vyšetřuje metodami statistické fyziky ve fázovém prostoru. Řeší se tedy Boltzmannova rovnice [49] pro rozdělovací funkce jednotlivých druhů nabitých částic plazmatu, která v sobě zahrnuje vzájemné působení částic pomocí různých druhů srážek ve vnějším elektromagnetickém poli. Tato metoda se používá zejména pro popis nízkoteplotního plazmatu. Další metodou kinetického popisu plazmatu používanou obzvláště pro horké plazma je řešení bezsrážkové Vlasovovy rovnice, která ovšem počítá s vývojem plazmatu v self-konzistentním elektromagnetickém poli.

Velice oblíbenou metodou numerické fyziky je v současnosti Particle-In-Cell (PIC), která sleduje trajektorie jednotlivých částic v plazmatu. Pohybové rovnice jsou v takovém případě řešeny pro každou částici zvlášť, přičemž self-konzistentní elektromagnetické pole, kterým je pohyb částic určován, se získává v každém kroku výpočtu v závislosti na poloze všech částic průměrováním přes buňky, které rozdělují pracovní prostor. Měřitelné fyzikální veličiny jsou potom získávány středováním přes celý soubor částic. Pro dosažení potřebné přesnosti výpočtů je potřeba uvažovat obrovský soubor částic. To způsobuje velký šum v hledaných veličinách nebo fluktuace polí zúčastňujících se studovaného procesu. Hodnoty šumu bývají často větší než je velikost měřené veličiny, což je hlavní nevýhodou a omezením použitelnosti metody PIC oproti přímému řešení Vlasovovy rovnice, které je ve své podstatě nezatíženo numerickým šumem. Naopak

možnost kombinovat metodu PIC s jinými metodami jako např. metodou Monte Carlo, dává poměrně komplexní nástroj pro studium důležitých procesů v laserem generovaném plazmatu. Navíc jednoduchost a při dobré optimalizaci výpočtu i časová nenáročnost velice zvýhodňuje metodu PIC zejména pro úlohy navržené jako vícerozměrné. V současnosti, kdy se rychle vyvíjejí nové výpočetní technologie, zejména možnost paralelních výpočtů, je možné řešit poměrně složité vícerozměrné úlohy i Maxwell-Vlasovovými kódy.

V našem případě studia stimulovaného Ramanova rozptylu se kromě vývoje jednotlivých vlnových módů v plazmatu zajímáme i o proces zachycování „rezonančních“ elektronů v Ramanovém rozptylem vybuzené elektrostatische vlně s velkou amplitudou a o následnou interakci vlna-částice. Z tohoto důvodu nevystačíme pouze s magnetohydrodynamickým popisem, ale jsme nuceni řešit Vlasovovu rovnici pro rozdělovací funkci elektronů. Jak jsme zmínili výše, metoda PIC není v tomto případě příliš vhodná, neboť se zajímáme o poměrně malé množství urychlených elektronů na samém chvostu rozdělovací funkce.

4.1 Soustava rovnic pro popis plazmatu při Ramanově nestabilitě

Z důvodů zmiňovaných v diskusi v předcházející kapitole vyplývá, že hlavní oblastí našeho zájmu pro studium Ramanova rozptylu je plazma s nízkým gradientem koncentrace. Budeme tedy předpokládat homogenní neutralizující pozadí iontů. Aproximace periodickým plazmatem je také dobře odůvodněna pro dlouhé plazma v koruně terčíkového experimentu, které je prostředí, kde se dá očekávat vznik Ramanovy nestability. Kvůli vysoké hmotnosti iontů oproti hmotnosti elektronů můžeme ionty v průběhu simulace považovat za téměř nehybné. Zařízení PALS (Prague Asterix Laser System) pracuje s poměrně dlouhým laserovým pulsem (400 ps), takže dopadající elektromagnetické pole není natolik silné, aby pohyb elektronů se v něm stal relativistickým. Tato skutečnost nám dovoluje, abychom pro jednoduchost zůstali u nerelativistického modelu. Pro simulaci experimentu s krátkým pulsem (≈ 100 fs) je samozřejmě relativistický model nutností. Vzhledem k frekvenci dopadajícího laserového svazku můžeme plazma v oblasti korony považovat za téměř bezsrážkové, což ospravedlňuje použití Vlasovovy rovnice. Pro simulaci vzniku Ramanovy nestability v laserovém plazmatu zároveň vystačíme s jednorozměrným popisem. Přičemž pro úsporu procesorového času elektrony pohybující se v příčném směru vzhledem ke směru dopadu laserového svazku nahradíme monoenergetickým svazkem [9], [62], tedy rychlost v příčném směru (v_y) bude střední rychlost v elektromagnetickém poli pulsu:

$$v_y = \frac{eA}{m} \quad (4.1)$$

Za uvedených předpokladů a s použitím Coulombovy kalibrace ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$) s nenulovým elektrostatickým potenciálem v Poissonově rovnici (4.4) dostáváme následující rovnice:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{e}{m_e} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{e}{m_e} A \frac{\partial A}{\partial x} \right) \frac{\partial f}{\partial v_x} = 0, \quad (4.2)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \frac{n_e}{n_0} \right] A = 0, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{e}{m_e} (n_e - n_0), \quad (4.4)$$

kde $f(v_x, x, t)$ je elektronová rozdělovací funkce, A je příčná složka vektorového potenciálu $\mathbf{A} = (0, A(x, t), 0)$, $\varphi(x, t)$ je elektrostatický potenciál, $n_e(x, t)$ je elektronová koncentrace, c je rychlost světla, x je prostorová souřadnice orientovaná do směru šíření laserového pulsu, t je čas, v_x je podélná složka rychlosti a n_0 je počáteční koncentrace elektronů a iontů. Normování distribuční funkce budeme uvažovat ve tvaru

$$\frac{n_e}{n_0} = \int_{-\infty}^{\infty} f dv_x. \quad (4.5)$$

4.2 Úpravy základních rovnic. Počáteční podmínky

Pro numerické řešení rovnic (4.2)-(4.5) potřebujeme, aby hledané veličiny nabývaly hodnot v rozumných mezích. Toho můžeme docílit vhodnou transformací do bezrozměrných veličin. Použijeme běžnou transformaci, kdy souřadnice je měřena v jednotkách Debyeovy délky (2.7) $\lambda_D = \sqrt{\varepsilon_0 k_B T_e / n_e e^2}$ a čas je porovnáván s reciprokou hodnotou elektronové plazmové frekvence (2.2) $\omega_{pe} = \sqrt{e^2 n_0 / \varepsilon_0 m_e}$. Přírozeným měřítkem rychlosti potom bude tepelná rychlost $v_T = \omega_{pe} \lambda_D = \sqrt{k_B T_e / m_e}$:

$$x = \lambda_D \tilde{x}, \quad (4.6)$$

$$t = \frac{\tilde{t}}{\omega_{pe}}, \quad (4.7)$$

$$v_x = v_T \tilde{v}_x, \quad (4.8)$$

$$\varphi = \frac{k_B T_e}{e} \tilde{\varphi}, \quad (4.9)$$

$$A = \frac{m_e v_T}{e} \tilde{A}, \quad (4.10)$$

$$n_e = n_0 \tilde{n}_e. \quad (4.11)$$

V předcházejících vztazích značí vlnovky bezrozměrné veličiny. Dále definujeme parametr θ jako odmocninu poměru mezi střední tepelnou energií elektronového plynu a klidovou energií elektronu:

$$\theta = \frac{v_T}{c} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_e c^2}}. \quad (4.12)$$

Tento parametr v modelu slouží k nastavení počáteční teploty elektronů. Vzhledem k tomu, že model je nerelativistický, je důležité, aby parametr θ zůstal malý.

Popsanou transformací (4.6)-(4.11) rovnic (4.2)-(4.5) obdržíme následující soustavu parciálních diferenciálních rovnic

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - A \frac{\partial A}{\partial x} \right) \frac{\partial f}{\partial v_x} = 0, \quad (4.13)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \theta^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \theta^2 n_e \right] A = 0, \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = n_e - 1, \quad (4.15)$$

$$n_e = \int_{-\infty}^{\infty} f \, dv_x, \quad (4.16)$$

kde pro jednoduchost značení vynecháváme u bezrozměrných veličin vlnovky.

Vektorový potenciál A , elektronovou rozdělovací funkci f a elektronovou koncentraci považujeme za součet neměnné (s indexem 0) a proměnné (s indexem 1) části.

$$A = A_0 + A_1, f = f_0 + f_1, n_e = n_0 + n_1 \quad (4.17)$$

Tím jsou v podstatě určeny počáteční podmínky výpočtu. Předpokládáme, že plazma se na počátku výpočtu nachází ve statistické rovnováze. Za neměnnou část rozdělovací funkce tedy dosadíme Maxwellovo rozdělení ve tvaru

$$f_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}v_x^2}. \quad (4.18)$$

Dalším vstupním parametrem je elektronová plazmová frekvence ω_{pe} , který poslouží k určení počáteční koncentrace elektronů a díky kvazineutralitě plazmatu i koncentrace iontů n_0 .

Protože soustava rovnic (4.13)-(4.16) je nelineární, nemůžeme použít princip superpozice a musíme uvažovat každou polarizaci dopadajícího laserového záření zvlášť. Předkládaná práce se zabývá pouze lineárně polarizovanou laserovou vlnou a tedy neměnná část vektorového potenciálu a počáteční hodnota elektrostatického potenciálu bude

$$A_0 = A_0 \cos(n_L k_0 x - \omega_L t), \quad (4.19)$$

$$\varphi = 0, \quad (4.20)$$

kde ω_L je frekvence dopadající elektromagnetické vlny. Do modelu vnucená periodičnost vede na existenci nejmenšího vlnového vektoru $k_0 = 2\pi/L$, kde L je prostorová perioda modelovaného plazmatu. Parametr n_L potom určuje polohu vlnového čísla dopadajícího elektromagnetického záření v diskretním spektru.

Taková vlna se šíří ve směru osy x se střední hustotou toku energie \mathbf{S} a nese střední hustotu energie w .

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \omega_L^2 c A_0^2 \mathbf{e}_x, \quad (4.21)$$

$$w = \langle \frac{1}{2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0\omega_L^2 A_0^2. \quad (4.22)$$

V předcházejících vztazích \mathbf{e}_x označuje jednotkový vektor ve směru šíření laseru a A_0 již pouze amplitudu vektorového potenciálu pole elektromagnetické vlny. Poslední vztah (4.22) použijeme pro určení počáteční amplitudy vektorového potenciálu laseru.

Jak bylo zmíněno v úvodu této kapitoly, Euler-Vlasovova metoda není zatížena numerickým šumem. Vzhledem k tomu, že šum je pro růst stimulovaného Ramanova rozptylu nutný, musí být do modelu dodán uměle. Jako nejpřirozenější způsob se jeví ho modelovat jako bílý šum proměnné části elektronové koncentrace o malé amplitudě. To znamená, že na počátku všechny elektrostatické vlnové módy koexistují v plazmatu se stejnou malou amplitudou.

Po dosazení rozpisů (4.17) do rovnic (4.13)-(4.16) a s uvážením

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + v_x \frac{\partial f_0}{\partial x} = 0 \quad (4.23)$$

a

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \theta^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \theta^2 \right) A_0 = 0, \quad (4.24)$$

které platí pro neměnné části rozpisů (4.17), dostáváme soustavu rovnic

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + v_x \frac{\partial f_1}{\partial x} - \Phi \frac{\partial f_1}{\partial v_x} = -\Phi v_x f_0, \quad (4.25)$$

$$\left[\frac{1}{\theta^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - (1 + n_1) \right] A_1 = n_1 A_0, \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = n_1, \quad (4.27)$$

$$n_1 = \int_{-\infty}^{\infty} f \, dv_x. \quad (4.28)$$

V rovnici (4.25) jsme použili $\partial f_0 / \partial v_x = -v_x f_0$ a navíc označili

$$\Phi = (A_0 + A_1) \frac{\partial}{\partial x} (A_0 + A_1) - \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (4.29)$$

4.3 Fourier-Hermiteův rozvoj

Považujeme-li plazma za prostorově periodické s periodou L , jsme oprávněni rozvinout proměnnou část hledaných veličin do Fourierových řad.

$$A_1(t, x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(t) e^{ink_0 x} \quad (4.30)$$

$$\frac{n_1}{n_0}(t, x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \nu_n(t) e^{ink_0 x} \quad (4.31)$$

$$\varphi(t, x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varphi_n(t) e^{ink_0 x} \quad (4.32)$$

$$\Phi(t, x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Phi_n(t) e^{ink_0 x} \quad (4.33)$$

Perioda L bude pak společně s parametrem n_L zmiňovaným v předcházejícím odstavci muset být vhodně volena tak, aby byla přesně splněna rezonanční podmínka pro vlnové vektory v případě Ramanova rozptylu v diskrétním spektru. Porušenou část rozdělovací funkce následně rozvineme v rychlostním prostoru do Hermiteovy řady [2].

$$f_1(t, x, v) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(t, v) e^{ink_0 x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{ink_0 x} \sum_{m=0}^{\infty} Z_{mn}(t) h_m(v) e^{-\frac{1}{2}v^2}. \quad (4.34)$$

Hermiteovy polynomy $h_m(v)$ jsou ortonormální funkce dané vztahem

$$h_m(v) = \frac{(-1)^m}{\sqrt{m! \sqrt{2\pi}}} e^{\frac{1}{2}v^2} \frac{d^m}{dv^m} e^{-\frac{1}{2}v^2}. \quad (4.35)$$

Rekurzivní vztahy, které takové funkce splňují, jsou [1]

$$v h_m(v) = \sqrt{m+1} h_{m+1}(v) + \sqrt{m} h_{m-1}(v), \quad (4.36)$$

$$\frac{d}{dv} h_m(v) = v h_m(v) - \sqrt{m+1} h_{m+1}(v) = \sqrt{m} h_{m-1}(v). \quad (4.37)$$

Pokud označíme

$$\psi_m = \int_{-\infty}^{\infty} h_m(v) e^{-\frac{1}{2}v^2} dv,$$

bude pro takto definovanou číselnou řadu díky ortonormalitě Hermiteových polynomů platit

$$\begin{aligned} \psi_0 &= \sqrt[4]{2\pi}, \\ \psi_m &= 0 \quad \forall m \in N \setminus \{0\}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Z vlastností Fourierových řad vyplývá, že pokud je rozvíjená funkce

$$F(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(ink_0 x)$$

reálná musí pro koeficienty rozvoje platit

$$F(x) = F^*(x) \Rightarrow c_n = c_{-n}^*, \quad (4.39)$$

kde hvězdička znamená komplexní sdružení. Vztah mezi koeficienty trigonometrických Fourierových řad (a_n a b_n)

$$F(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nk_0 x) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nk_0 x)$$

a koeficienty Fourierových řad (c_n) vyjádřených pomocí komplexní exponenciely je [1]

$$c_n = \frac{a_n + ib_n}{2}, \quad c_{-n} = \frac{a_n - ib_n}{2i},$$

$$a_n = c_n + c_{-n}, \quad b_n = i(c_n - c_{-n}).$$

S využitím (4.39) dostaneme pro reálnou funkci $F(x)$ vztah mezi koeficienty a_n a b_n na straně jedné a koeficienty c_n na straně druhé

$$a_n = 2 \operatorname{Re} c_n, \quad b_n = -2 \operatorname{Im} c_n, \quad a_0 = \operatorname{Re} c_0, \quad (4.40)$$

kde $\operatorname{Re} c_n$, resp. $\operatorname{Im} c_n$ značí reálnou, resp. imaginární část komplexního koeficientu c_n .

Dosazením rozvoje (4.33) a (4.34) do Vlasovovy rovnice (4.25) lze algebraickými úpravami za předpokladu, že rozdělovací funkce f_1 a funkce Φ jsou reálné (podmínka (4.39)), dostat

$$\begin{aligned} \frac{dZ_{mn}(t)}{dt} &= -ink_0 \left[\sqrt{m} Z_{m-1,n}(t) + \sqrt{m+1} Z_{m+1,n}(t) \right] - \\ &- \sqrt{m} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Phi_{n-q}(t) Z_{m-1,q}(t) - \frac{\delta_{m,1}}{\sqrt[4]{2\pi}} \Phi_n(t), \end{aligned} \quad (4.41)$$

kde $\delta_{m,1}$ značí Kroneckerovo delta definované vztahem

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 0 & \text{pro } m \neq n \\ 1 & \text{pro } m = n. \end{cases}$$

Pravou stranu předcházející rovnice jsme získali pomocí definice neporušené části rozdělovací funkce (4.18) a přímým výpočtem prvního Hermiteova polynomu z definičního vztahu (4.35)

$$h_1(v) = \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi}} v.$$

Přímým dosazením obdržíme

$$vf_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi}} h_1(v) e^{-\frac{1}{2}v^2}.$$

Vztah (4.29) upravíme pomocí rozvoje (4.30), (4.32) a (4.33), přičemž opět předpokládáme reálnost zúčastněných funkcí. Neporušenou část vektorového potenciálu A_0 vezmeme ve tvaru uvedeném v minulém oddílu. Kosinus rozepíšeme na součet komplexních exponencií

$$\cos x = \frac{\exp(ix) + \exp(-ix)}{2}.$$

Jednoduchými úpravami dostaneme

$$\begin{aligned} \Phi_n(t) &= \frac{in_L k_0}{4} \left[Q^2(t) \delta_{n,2n_L} - Q^{*2}(t) \delta_{n,-2n_L} \right] + \frac{ink_0}{2} \left[A_{n-n_L}(t) Q(t) + A_{n+n_L}(t) Q^*(t) \right] + \\ &+ ik_0 \sum_{q=-\infty}^{\infty} A_q(t) q A_{n-q}(t) - ink_0 \varphi_n(t), \end{aligned} \quad (4.42)$$

kde jsme označili $Q(t) = Q_0 \exp(-i\omega_0 t)$.

Obdobně jako v předcházejících případech upravíme vlnovou rovnici (4.26)

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_n(t)}{dt^2} &= -\left(1 + \frac{k_0^2 n^2}{\theta^2} A_n(t)\right) - \sum_{q=-\infty}^{\infty} \nu_{n-q}(t) A_q(t) - \\ &- \frac{1}{2} [Q(t) \nu_{n-n_L}(t) + Q^*(t) \nu_{n+n_L}(t)]. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Poissonovu rovnici (4.27) upravíme použitím (4.32) a (4.33)

$$\varphi_n(t) = -\frac{1}{n^2 k_0^2} \nu_n(t). \quad (4.44)$$

S využitím vlastností řady ψ_m (4.38) přímým výpočtem dostaneme

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1 dv = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{ink_0 x} \sum_{m=0}^{\infty} Z_{mn}(t) \psi_m = \sqrt[4]{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{ink_0 x} Z_{0,n}(t).$$

Dosazením uvedeného do (4.28) přímo vyplyne rovnice udávající normování distribuční funkce

$$\nu_n(t) = \sqrt[4]{2\pi} Z_{0,n}(t). \quad (4.45)$$

Předcházejícími úpravami jsme obdrželi soustavu obyčejných diferenciálních rovnic pro koeficienty rozvojů jednotlivých veličin. Pro aplikaci numerické metody potřebujeme soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu. Ovšem vlnová rovnice je řádu druhého. Proto označíme

$$\frac{dA(t)}{dt} = -E_{\perp}(t), \quad (4.46)$$

kde E_{\perp} je kolmá složka elektrického pole vlny. Tu podobně jako ostatní funkce rozvineme do Fourierovy řady s koeficienty E_n . Rovnici (4.46) potom můžeme přepsat do tvaru

$$\frac{dA_n(t)}{dt} = -E_n(t). \quad (4.47)$$

Dosazením za $\varphi_n(t)$ v rovnici (4.42) z Poissonovy rovnice (4.44) a za $\nu_n(t)$ v rovnicích (4.42) a (4.43) z (4.45) obdržíme nelineární soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu. K rovnicím (4.41) a (4.47) přibudou ještě rovnice

$$\begin{aligned} \Phi_n(t) &= \frac{in_L k_0}{4} [Q^2(t) \delta_{n,2n_L} - Q^{*2}(t) \delta_{n,-2n_L}] + \frac{ink_0}{2} [A_{n-n_L}(t) Q(t) + A_{n+n_L} Q^*(t)] + \\ &+ ik_0 \sum_{q=-\infty}^{\infty} A_q(t) q A_{n-q}(t) + i \frac{\sqrt[4]{2\pi}}{nk_0} Z_{0,n}(t), \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} \frac{dE_n(t)}{dt} &= \left(1 + \frac{k_0^2 n^2}{\theta^2} A_n(t)\right) + \sqrt[4]{2\pi} \sum_{q=-\infty}^{\infty} Z_{0,n-q}(t) A_q(t) + \\ &+ \frac{\sqrt[4]{2\pi}}{2} [Q(t) Z_{0,n-n_L}(t) + Q^*(t) Z_{0,n+n_L}(t)]. \end{aligned} \quad (4.49)$$

To je úplná soustava rovnic použitelná k řešení stimulovaného Ramanova rozptylu v našem přiblížení.

4.4 Realizace počítačového programu

V minulém oddíle jsme upravili rovnice popisující chování jednorozměrného periodického plazmatu za přítomnosti Ramanovy nestability do tvaru použitelného pro jejich numerickou integraci. K tomu jsme použili Fourier-Hermiteův rozvoj a neznámé veličiny byly přepsány jako součet neměnné plus proměnné části. Tím byly v podstatě stanoveny počáteční podmínky soustavy rovnic, ale zároveň tento rozpis vyjadřuje v případě vektorového potenciálu skutečnost, že pumpující elektromagnetické záření dodává do systému energii v průběhu celé numerické simulace, což je vzhledem k vlastnostem pulsu laserového zařízení PALS a charakteristickým dobám růstu Ramanovy nestability v plazmatu experimentu PALS oprávněný předpoklad.

Vzhledem k tomu, že Vlasov-Maxwellův model je ve své podstatě bezšumový, musíme pro vznik parametrických nestabilit šum přidat. Jak jsme totiž viděli v kapitole 3, pro růst Ramanova rozptylu existuje nutná podmínka malých počátečních perturbací koncentrace v podélném směru. Nejjednodušší a podle našeho názoru nejpřirozenější cestou je nastavit počáteční podmínku pro porušenou část koncentrace ve tvaru bílého šumu. To znamená, že všechny vlnové módy v diskrétním elektrostatickém spektru mají na počátku numerického výpočtu stejnou malou amplitudu - všechny elektrostatické plazmové módy a díky nelineárnímu charakteru řešené soustavy rovnic i elektromagnetické módy mohou v plazmatu existovat.

Pro nastavení počáteční elektronové teploty je v modelu použit parametr

$$\theta = \sqrt{\frac{K_B T_e}{m_e c^2}} = \frac{v_T}{c} \quad (4.50)$$

udávající relativistický poměr. Protože vytvořený model je nerelativistický, je nutné, aby jeho hodnota zůstala malá. Pro typickou hodnotu teploty v experimentu PALS $T_e = 10^7 \text{ K} \approx 0,9 \text{ keV}$ je jeho hodnota $\theta = 0,04106$. Elektronová koncentrace je určena nastavením hodnoty elektronové plazmové frekvence ω_{pe} . Amplitudu vektorového potenciálu pumpující elektromagnetické vlny A_0 určíme ze vztahu (4.22). Pro typickou hodnotu intenzity laseru $I = 10^{20} \text{ W/m}^2$ dostaneme $A_0 = 1.355 \cdot 10^{-4} \text{ Vsm}^{-1}$.

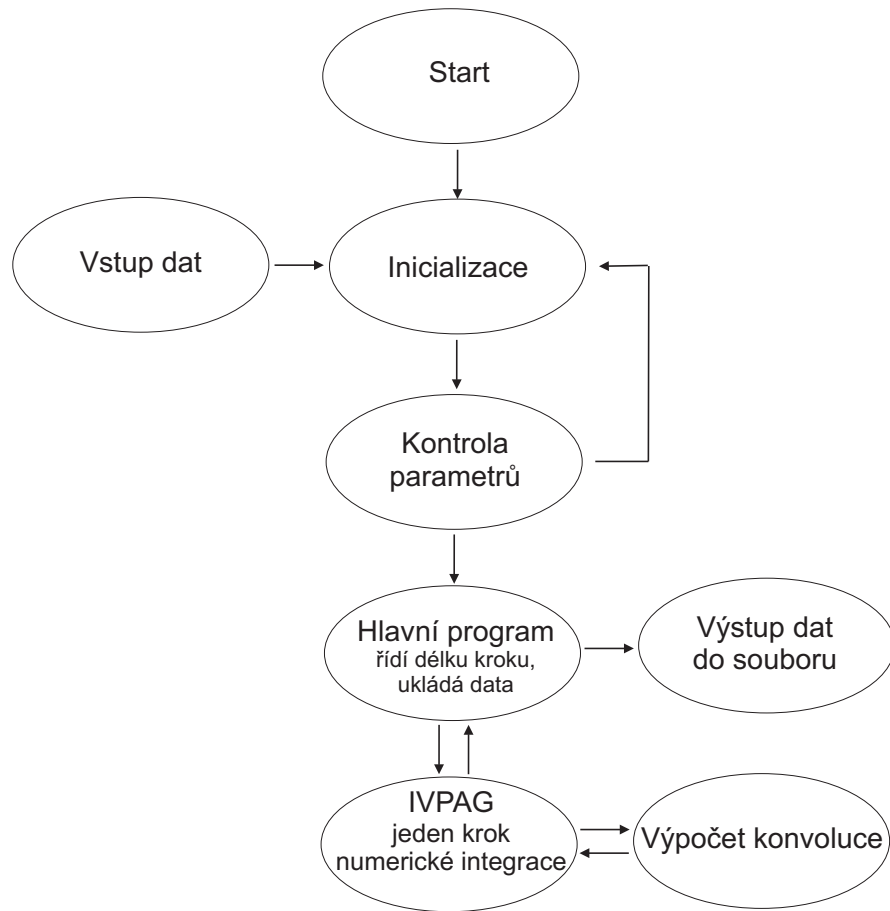
Důležitým parametrem numerického modelu je délka simulační oblasti L , neboli v našem případě perioda plazmatu. Ta je nastavena jako n_L násobek vlnové délky laseru v plazmatu (λ_{plaz}), kterou můžeme vypočítat podle (2.4). Pro L tedy platí:

$$L = n_L \lambda_{plaz}. \quad (4.51)$$

Do modelu vnucená periodičnost způsobuje existenci nejmenšího vlnového čísla daného vztahem

$$k_0 = \frac{2\pi}{L}, \quad (4.52)$$

což znamená, že v modelu se nemohou šířit vlny s menším vlnovým číslem. Aby ionizovaný plyn mohl být považován za plazma, musí být Debyeova délka λ_D (2.7) malá ve srovnání s rozměrem plazmatu. Pak jsou totiž všechna mikroskopická pole odstíněna



Obrázek 4.1: Funkční diagram výpočtu

okolním prostorovým nábojem a v makroskopickém měřítku nedochází ke shlukování nábojů. Koncentrace plazmatu musí být navíc tak vysoká, aby Debyeova sféra obsahovala dostatečný počet nabitých částic. Je tedy nutné, aby bylo splněno:

$$\frac{L}{\lambda_D} \gg 1, \quad N_D \gg 1. \quad (4.53)$$

Soustava (4.41) s označením (4.48), (4.47) a (4.49) je nekonečná, a tak pro její numerické řešení je nutné předpokládat rozumně rychlou konvergenci použitých Fourierových a Hermiteových řad. Pak můžeme považovat příspěvek členů rozvoje s indexem vyšším než nějaké N a M za zanedbatelný a rozvoje zkrátit. Vznikne nám tím konečná matice, jejíž velikost určuje přesnost numerického výpočtu. Podrobná diskuse výsledků získaných numerickým modelem pro různé volby délky Fourierova a Hermiteova rozvoje je v následující kapitole. Pro numerickou integraci v této chvíli již konečné soustavy obyčejných diferenciálních rovnic byla použita procedura IVPAG knihovny IMSL, která aplikuje Adams-Moultonovu metodu (viz např. [74]). Protože zmíněna procedura řeší soustavu diferenciálních rovnic reálných funkcí, bylo nutné převést rovnice pro komplexní koeficienty řad na rovnice pro reálnou a imaginární část. S použitím vlastností

koeficientů Fourierových řad reálných funkcí (4.39) dostaneme pro diskrétní konvoluci předpis

$$A * B \equiv \sum_{q=-N}^N A_{n-q} B_q = \sum_{q=0}^n A_{n-q} B_q + \sum_{q=n+1}^N (A_{q-n}^* B_q + A_q B_{q-n}^*), \quad (4.54)$$

který používá pouze koeficienty Fourierových řad s kladnými indexy. Výstupními daty jsou elektrostatická a elektromagnetická spektra vlnových čísel a elektronová rozdělovací funkce. Zjednodušený funkční diagram je zobrazen na obrázku 4.1.

Kapitola 5

Vlastnosti použité numerické metody

V posledních letech bylo vyvinuto mnoho numerických postupů řešení Vlasovovy rovnice. Velmi dobrý přehled těchto metod je společně s výsledky testování a jejich porovnání uveden v práci [26]. Tyto metody byly použity pro řešení Vlasovovy rovnice ve velkém počtu dalších článků [32], [82], [34], [8] a [36]. Ačkoli tyto metody jsou numericky stabilní a zároveň mají mnoho výhod jako je například menší spotřeba procesorového času, numerická stabilita je dosažena průměrováním rozdělovací funkce mezi každým časovým krokem integrace. Takové numerické vyhlazování, které je ovšem nezbytné pro dosažení stability numerické metody, může vést k nefyzikálnímu růstu entropie systému i přes zdánlivou absenci srážkových mechanismů [26], [17]. Proto jsme se rozhodli použít v minulé kapitole popsanou Fourier-Hermiteovu transformační metodu, která může být poměrně efektivně stabilizována použitím zjednodušeného Fokker-Planckova srážkového členu se srážkovou frekvencí realistickou v podmínkách v plazmové koruně. Presentovaná integrační technika kontroluje vliv „oříznutí“ nekonečné matice reprezentující elektronovou rozdělovací funkci. Zároveň je velice důležité vhodně zvolit počet členů rozvoje, aby bylo dosaženo dostatečné přesnosti výpočtu a zároveň jsme výsledky obdrželi v rozumném čase. Tyto důležité vlastnosti postupu řešení Vlasovovy rovnice v případě Ramanova rozptylu publikované v [63] budou podrobně probrány v následujícím textu.

5.1 Bezesrážková verze Maxwell-Vlasovova modelu

Jedna z nejvážnějších obtíží řešení Vlasovovy rovnice obecně je tendence elektronové rozdělovací funkce $f(v, x, t)$ vytvářet v průběhu časové evoluce velké gradienty ve fázovém prostoru. Vlasovova rovnice vyjadřuje zachování elektronové rozdělovací funkce podél trajektorií částic, které jsou určeny Hamiltonovými rovnicemi:

$$\dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k} \quad (5.1)$$

$$\dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}, \quad (5.2)$$

kde q_k jsou souřadnice pro všechny stupně volnosti systému, p_k jsou odpovídající hybnosti a $H(q_k, p_k, t)$ je Hamiltonián.

Je velmi dobře známo, že dva body ve fázovém prostoru, které na počátku leží blízko sebe, se ve vnějším elektromagnetickém poli mohou v průběhu času od sebe vzdálit, přičemž každý z nich s sebou odnáší svojí hodnotu rozdělovací funkce. Na druhou stranu se v průběhu evoluce systému mohou velmi blízko sebe ocitnout dva body pocházející z velmi vzdálených oblastí s hodnotami rozdělovací funkce f velmi rozdílnými, tudíž ve fázovém (rychlostním) prostoru vzniká velký gradient rozdělovací funkce. Například v souvislosti se zachycováním částic v elektrostatických vlnách očekáváme velké hodnoty konvekčního členu $v(\partial f/\partial x)$ ve Vlasovově rovnici. Existence velkých hodnot členů $\partial f/\partial v$ a $v(\partial f/\partial x)$ ve Vlasovově rovnici způsobuje numerickou nestabilitu výpočetní metody. Z výše uvedeného vyplývá, že větší přesnost výpočtu rozdělovací funkce a nasazení nějakého vyhlazovacího algoritmu po každém kroku integrace je nutností. Toho lze dosáhnout různými způsoby.

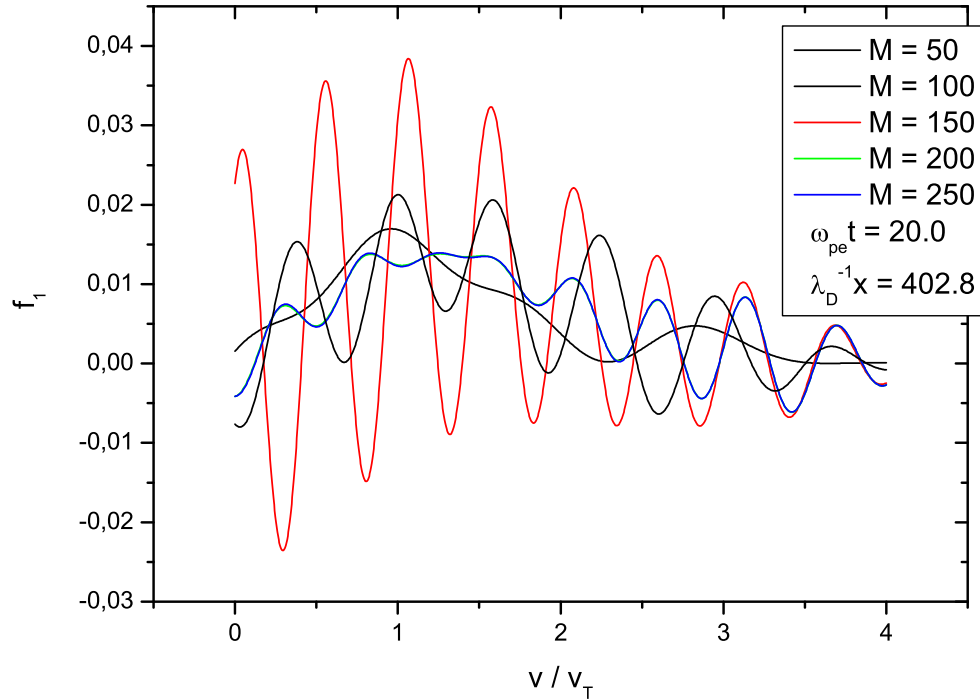
Jak bylo již zmíněno výše dobrý přehled Euler-Vlasovových rovnic lze nalézt v [26]. Jejich rozdíly se týkají hlavně interpolačního algoritmu, který používají. Interpolační algoritmus vyššího řádu (Lagrangeova nebo Hermiteova interpolace [72]) je nezbytný pro velmi populární semi-Lagrangeovu metodu. Speciální případ této metody založený na rozdělení integračního kroku na dvě poloviny, přičemž v prvním půlkroku se řeší pouze prostorová závislost Vlasovovy rovnice, zatímco v druhém půlkroku se uvažuje pouze rychlostní závislost Vlasovovy rovnice ¹, používá několik různých „vyhlazovacích“ algoritmů, například kubické splajny nebo Fourierovu interpolaci [17]. Podobný přístup k řešení Vlasovovy rovnice je metoda založená na sledování toků „částic“ ve fázovém prostoru ² [25], kde k dosažení dobré numerické stability stačí použít pouze lineární interpolaci. Určitá vylepšení této metody jsou provedena v [27], kde je použita aproximace třetího řádu. Popsané algoritmy pomáhají překonat numerické nestability spojené s „natahováním“ rozdělovací funkce ve fázovém prostoru, ale cena, kterou za to musíme platit, je rozmazání jemné struktury ve fázovém prostoru a nefyzikální nárůst entropie systému.

Pro naše potřeby jsou však algoritmy popsané v minulém odstavci nevhodné, nicméně několik možností, jak překonat numerickou nestabilitu v případě Fourier-Hermiteovy metody, jsou navrženy v [2]. Podle našich zjištění je nejlepší z nich je použít zjednodušený Fokker-Planckův srážkový člen [38] ve Vlasovovy rovnice, který zachovává první dva momenty Vlasovovy rovnice a který ve skutečnosti má stejné účinky na numerické řešení jako interpolační metody zmíněné výše. Detailní popis a diskuse vlastností srážkového členu je možné nalézt v příští sekci.

Je zřejmé, že soustava rovnic (4.41), (4.47), (4.49) s označením (4.48) je numericky řešitelná pouze pokud se rozvoje budou považovat za dobře konvergující a bude možno se omezit na pouze konečný počet členů rozvoje. Počet členů Hermiteova rozvoje pak

¹time-splitting scheme

²flux-balance method



Obrázek 5.1: Srovnání porušených částí rozdělovacích funkcí vypočtených pro různé počty členů Hermiteova rozvoje při $N = 100$. Křivky se pro dvě nejvyšší M překrývají.

určuje přesnost, s jakou je vypočtena elektronová rozdělovací funkce. Pokud je počet Hermiteových členů dostatečný, potom budeme schopni rozlišit i nejjemnější struktury v průběhu rozdělovací funkce. Porovnání porušených částí rozdělovacích funkcí získaných výpočty s různými počty členů Hermiteových řad při $N = 100$ je zobrazen na obrázku 5.1. Je zřejmé, že s rostoucím počtem Hermiteových členů se objevuje komplexnější struktura na průběhu rozdělovací funkce. Ukazuje se, že k dosažení správného výsledku stačí použít 200 členů Hermiteova rozvoje. Ve výpočtech však používáme několikanásobně větší počet členů Hermiteova rozvoje. Zbylé koeficienty jsou ponechány jako pojistka proti šíření numerické chyby generované na okraji oříznuté matice, jak je popsáno v následujícím textu. Zároveň větší počet členů rozvoje umožňuje výpočet evoluce fázového prostoru po delší čas.

Za těchto okolností však naše soustava netvoří uzavřený systém ani ve Fourierově indexu n ani v Hermiteově indexu m . Pro určení konvoluce v nelineárních členech potřebujeme znát nekonečný počet Fourierových módů a také pro výpočet konvektivního členu ve Vlasovově rovnici (4.41) $v(\partial f/\partial x)$ potřebujeme vždy znát člen s indexem o jedničku vyšším a zároveň o jedničku nižším. Vzhledem k tomu, že Fourierovy řady jsou dobře konvergentní, výpočet konvoluce v nelineárních členech nezpůsobuje žádné vážné obtíže, neboť příspěvek od neuvažovaných Fourierových módů by byl zanedbatelný. Horší situace nastává ovšem u konvektivního členu ve Vlasovově rovnici.

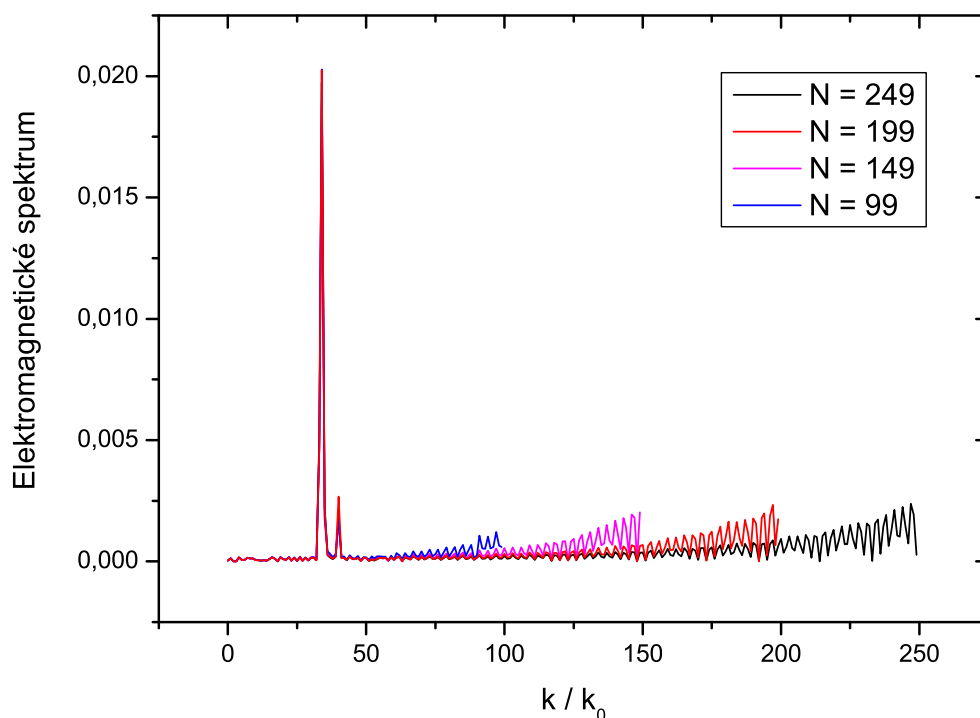
Volba Hermiteova rozvoje rozdělovací funkce podle rychlosti se na první pohled zdá být přirozená, protože nultý člen Hermiteova rozvoje představuje rovnovážné Ma-

xwellovo rozdělení. Bohužel narozdíl od Fourierových řad Hermiteův rozvoj pomalu konverguje, což může způsobovat výpočetní obtíže. Ty jsou spojeny se zastavením výpočtu po nějakém kritickém čase způsobeném numerickou nestabilitou. Společně s rozvíjením složité struktury ve fázovém prostoru spojené se zachycováním elektronů v elektrostatické vlně se vytvářejí příkré rychlostní gradienty na konci rychlostního rozdělení elektronů. Členy Hermiteova rozvoje s vyššími indexy pak rostou rychleji než členy s menšími indexy. Umělé ukončení Hermiteova rozvoje Vlasovovy rovnice v místě s indexem M vede na neohraničený růst koeficientu $Z_{M,n}$. V rovnici (4.41) pro časovou derivaci koeficientu $Z_{M,n}$ mají za normálních okolností koeficienty $Z_{M+1,n}$ a $Z_{M-1,n}$ v konvektivním členu zhruba stejnou hodnotu, ale opačná znaménka. Vzhledem k tomu, že koeficient $Z_{M+1,n}$ nemáme pro výpočet konvektivního členu k dispozici, vzniká ničím nepodložený růst koeficientu $Z_{M,n}$, který naopak v pozdějším čase podobným mechanismem výrazně ovlivňuje koeficienty s nižším m . Jako důsledek šíření této numerické chyby dovnitř matice musíme zastavit výpočet v době, kdy koeficienty v rychlostním spektru jsou takto výrazně ovlivněny. Z přesně řešitelného elektrostatického případu dvousvazkové nestability byla odvozena podmínka pro kritický čas výpočtu [2]:

$$t_{max} = \frac{\sqrt{M}}{nk_0}. \quad (5.3)$$

Tato hodnota však slouží pouze jako horní odhad dosažitelného času. Náš elektromagnetický případ je ve skutečnosti mnohem složitější. Obecně lze říci, že selhání reprezentace nastane v době vytvoření příkrých gradientů rozdělovací funkce. To však závisí na míře růstu nestability, která je naopak dána intenzitou dopadajícího laserového svazku a počáteční koncentrací elektronů. Elektronová koncentrace společně s elektronovou teplotou ovlivňují fázovou rychlost elektronové plazmové vlny vznikající v souvislosti s Ramanovým rozptylem, ve které se zachycují a urychlují elektrony s rychlostí v určitém okolí (daném amplitudou plazmové vlny) fázové rychlosti této vlny. Hodnotou fázové rychlosti vlny je potom dána míra ovlivnění fázového prostoru. V oblastech plazmatu s koncentrací těsně pod čtvrtinou kritické koncentrace je fázová rychlost obou elektrostatických vln spojených jak se zpětným tak dopředným rozptylem poměrně vysoká v porovnání se střední tepelnou rychlostí počátečního rozdělení elektronů, takže rozdělení není v tomto případě dramaticky ovlivněno efektem zachycování a je tedy možné pozorovat vývoj fázového prostoru po delší čas než je tomu v případě oblastí plazmové korony s nízkou koncentrací. V těchto oblastech je totiž fázová rychlost elektronové plazmové vlny relativně k tepelné rychlosti elektronů nízká a rozdělovací funkce je silně modifikována. V takovém případě je bezpodmínečně nutné pro stabilizaci metody a prodloužení výpočtu použít srážkový člen ve Vlasovově rovnici.

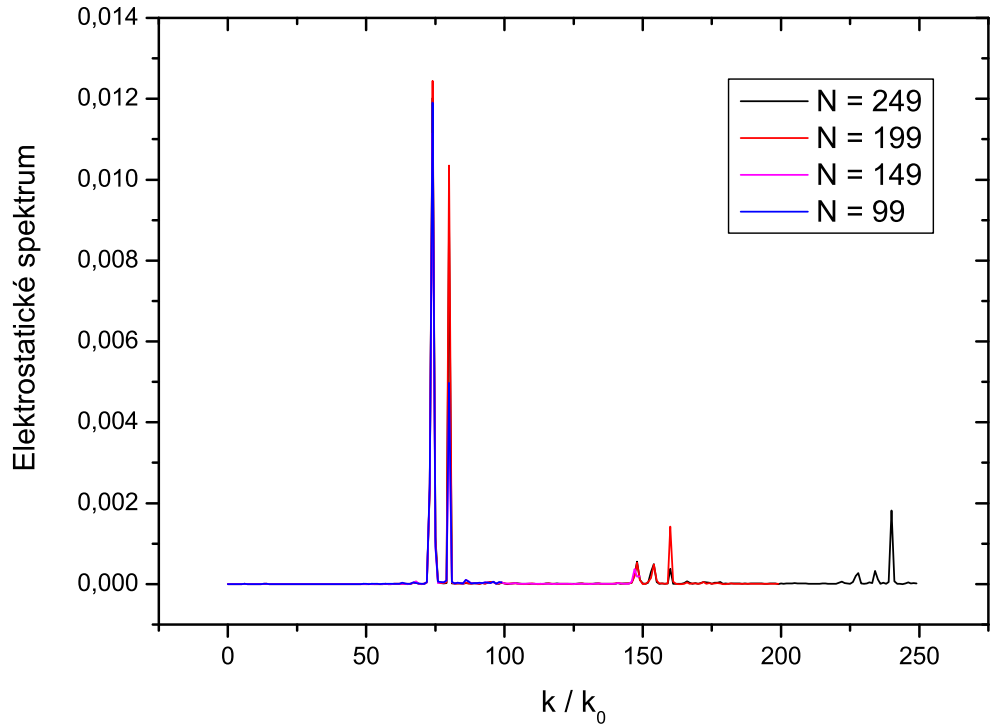
Oříznutí dobře konvergující Fourierovy řady nezpůsobuje tak vážný problém jako v případě Hermiteova rozvoje. Nicméně počet použitých členů Fourierova rozvoje přímo ovlivňuje nejvyšší vlnový vektor elektrostatických a elektromagnetických vln přípustný v modelu. Velikost intervalu přípustných vlnových čísel v modelu omezuje možnost volby vlnového čísla dopadající elektromagnetické vlny uvnitř tohoto intervalu. Napří-



Obrázek 5.2: Srovnání porušených částí elektromagnetických spekter pro různé počty členů Fourierova rozvoje při $n_L = 40$.

klad v případě Ramanova rozptylu v oblasti s nízkou koncentrací rezonance nastává pro vlnové číslo v blízkosti základního vlnového vektoru. Potom diskrétní spektrum nemusí být dostatečně husté pro rozlišení těchto dvou módů, takže je nutné zvýšit horní hranici Fourierova rozvoje a posunout základní vlnové číslo tak, aby oba módy byly rozlišitelné. Jak bylo ovšem zmíněno výše (5.3), je maximální výpočtem dosažitelný čas nepřímo úměrný hodnotě N a zároveň procesorový čas roste jako N^2 . To znamená, že musíme hledat kompromis mezi hustotou možných vlnových módů a časem dosažitelným výpočtem. Ukazuje se, že pro naše účely zajišťuje hodnota $N = 100$ dostatečně vysokou hustotu prostorové mříže a zároveň uspokojující numerickou stabilitu metody.

Na obrázku 5.2 je vyneseno spektrum vlnových čísel v případě elektromagnetických Fourierových módů získaných výpočty s různými počty členů Fourierova rozvoje při zachování stálého počtu členů Hermiteova rozvoje a základním vlnovým číslem $n_L = 40$. Z obrázku je patrné, že výsledky pro vlny přímo se účastníci Ramanova rozptylu jsou pro všechny případy totožné. Ale v tomto konkrétním případě, kdy vlnové číslo laserového svazku je několikanásobkem základního vlnového vektoru k_0 , se vyskytuje problém s konvergencí Fourierova rozvoje vektorového potenciálu. Numerická chyba souvisí se skutečností, že v případě nelineární úlohy se v plazmatu vytváří vyšší harmonické elektromagnetické módy a interval možných vlnových čísel je pro takto generované elektromagnetické vlny příliš úzký. Generace vyšších harmonik je dobře patrná i v elektrostatických spektrech na obrázku 5.3. Spektra jsou získána ze stejných výpočtů jako na



Obrázek 5.3: Srovnání porušených částí elektrostatických spekter pro různé počty členů Fourierova rovoje při $n_L = 40$.

obrázku 5.2 a zobrazena za stejných podmínek. Těmto nepřesnostem lze nejjednodušeji předejít posunutím vlnového čísla dopadající elektromagnetické vlny směrem k počátku intervalu. V této situaci sice dosáhneme zvýšení přesnosti prostorové závislosti rozdělovací funkce, ale za to musíme dobře volit parametry plazmatu tak, aby vlnová čísla a frekvence vln účastníků se Ramanova rozptylu přesně splnila rezonanční podmínky (3.1) a (3.2) v rámci diskretních spekter.

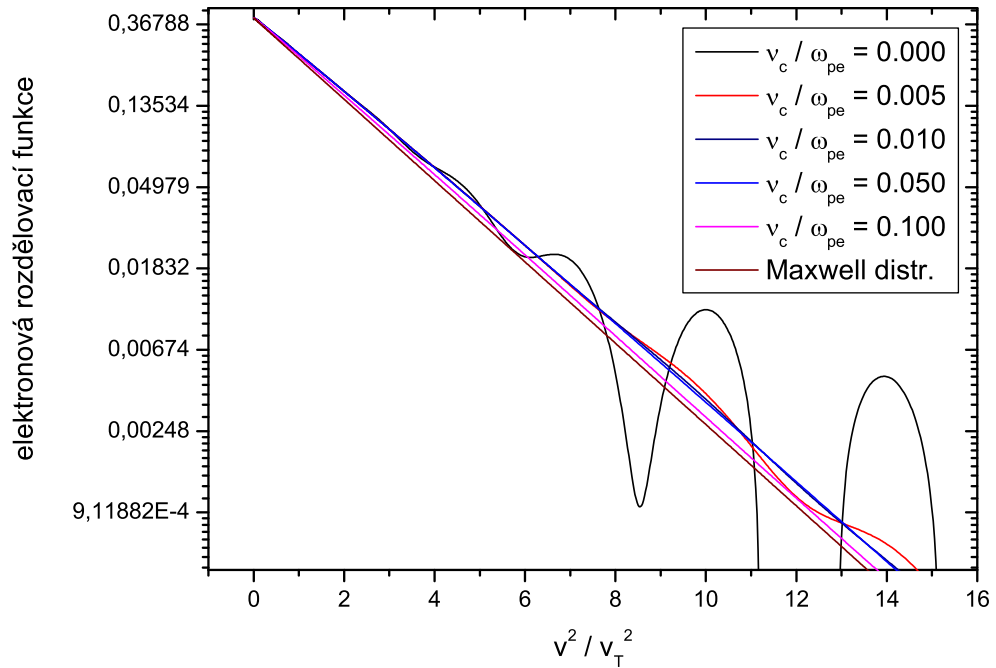
5.2 Model zahrnující srážkový člen

Z diskuse v předchozí sekci vyplývá, že výpočetní metody používané pro řešení Vlasovy rovnice, které nepoužívají žádný stabilizační mechanismus, zpravidla velmi brzo kolabují. Zmínili jsme také, že numerická nestabilita může být v našem případě částečně odstraněna použitím zjednodušeného Fokker-Planckova srážkového členu [38],[39]

$$\left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_c = \nu_c \left(\frac{\partial(vf)}{\partial v} + \langle v^2 \rangle \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \right), \quad (5.4)$$

kde ν_c je bezrozměrná efektivní srážková frekvence. Fourier-Hermiteova reprezentace srážkového členu potom bude

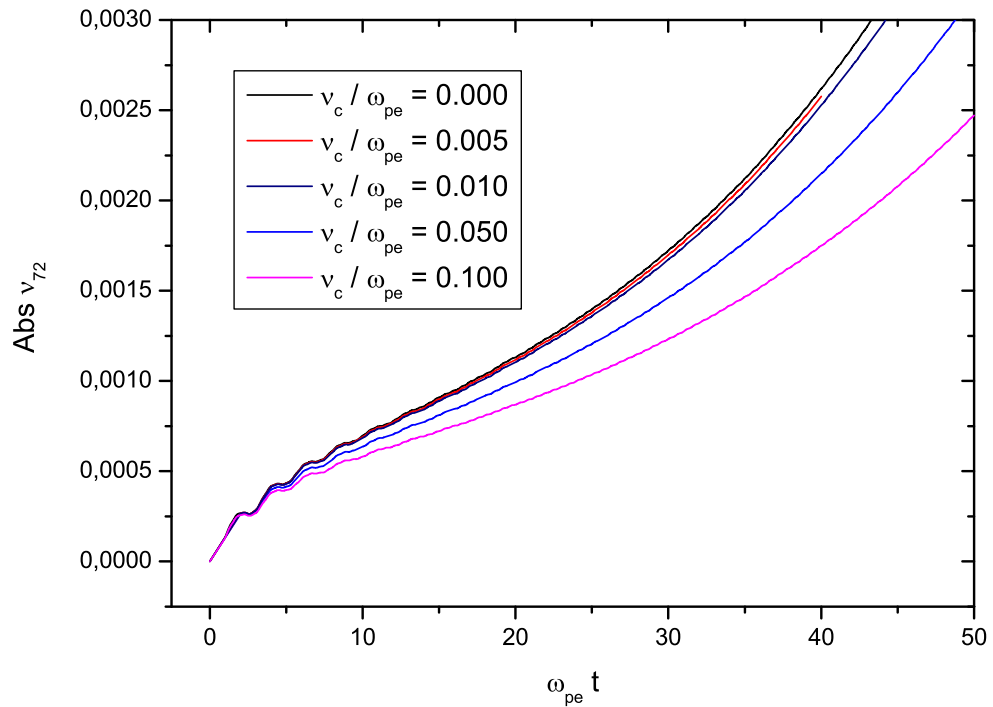
$$(\dot{Z}_{mn}(t))_c = -\nu_c m Z_{mn}(t), \quad (5.5)$$



Obrázek 5.4: Srovnání elektronových rozdělovacích funkcí získaných z výpočtů s různými hodnotami srážkové frekvence ν_c ($\omega_{pe}t = 20$, $\lambda_D^{-1}x = 417$).

odkud je velice jednoduše vidět, že nejvíce jsou tímto členem ovlivněny vyšší členy Hermiteova rozvoje. Díky této skutečnosti aplikace Fokker-Planckova srážkového členu do Vlasovy rovnice způsobí vyhlazení jemné struktury na průběhu rozdělovací funkce, čímž zabrání kolapsu Fourier-Hermiteovy reprezentace v kritickém čase a zároveň se sníží potřebný procesorový čas. Dosáhneme tím toho, že čas, po který můžeme sledovat přibližně bezsrážkový vývoj plazmatu, prodloužíme zhruba do $t = 1/\nu_c$. Obrázek 5.4 nabízí porovnání rozdělovacích funkcí získaných z výpočtů s několika různými hodnotami efektivní srážkové frekvence. Je zde vidět, že v bezsrážkovém případě se na chvostu rozdělovací funkce objeví svazky urychlených elektronů, ale řešení v tomto případě velmi brzy kolabuje. Na druhou stranu, započtení srážek v plazmatu způsobí chaotizaci na chvostu rozdělení. Energie laserového svazku je Ramanovým rozptylem nejprve přesunuta do rostoucí podélné elektronové plazmové vlny, jejíž interakce s částicemi plazmatu způsobí další předání energie tentokrát zachyceným elektronům, které se takto urychlí. Srážkovými mechanismy se potom elektronové rozdělení chaotizuje a nastává nová termodynamická rovnováha. To znamená, že při vyšších srážkových frekvencích se plazma vrátí opět do stavu statistické rovnováhy ve fázovém prostoru projevující se jako Maxwellovo jednotepelné rozdělení ovšem s vyšší teplotou. Poznamenejme ještě, že v případě nižších ale nenulových srážkových frekvencích se rovněž poněkud vyhladí průběh rozdělovací funkce, čímž se výrazně oddálí kolaps numerické metody, ale zachovají se zajímavé kinetické efekty jako zachycování apod.

Obecně lze říci, že tvar rozdělovací funkce f je dán výsledkem soupeření dvou me-



Obrázek 5.5: Časová závislost rezonančních podélných vlnových módů v závislosti na srážkové frekvenci ν_c použité ve výpočtu ($\omega_{pe} = 2 \cdot 10^{14} s^{-1}$).

chanismů. Na jedné straně je to nelineární interakce elektrostatických vlnových módů s částicemi v plazmatu a na straně druhé jsou to srážky. Silná interakce vlna-částice způsobí vznik svazků zachycených elektronů na chvostu rychlostního rozdělení ($\partial f / \partial v \rightarrow 0$) a vysoká srážková frekvence zapříčiní, že plazma má tendenci vrátit se do statisticky rovnovážného stavu ($\partial f / \partial v < 0$). Rostoucí srážková frekvence tlumí elektrostatické vlny a tudíž snižuje míru růstu Ramanovy nestability (viz obrázek 5.5). Za takových okolností nedosáhne amplituda podélné elektrostatické vlny dostatečně vysoké hodnoty pro efektivní zachycování částic. Výrazně se tedy sníží přenos energie zdroje do plazmatu a zároveň ohřev plazmatu pomocí zpětné chaotizace rozdělovací funkce způsobené srážkami. Takovým způsobem se dá zdůvodnit pokles teploty rozdělovací funkce s rostoucí efektivní srážkovou frekvencí, jak vyplývá z obrázku 5.4. Poněkud rozdílná situace může ve skutečnosti být v příčném směru. V tomto směru jsou elektrony urychlovány přímo v poli dopadající elektromagnetické vlny. Takto urychlené elektrony následně podstupují srážky, čímž se plazma ohřívá mechanismem inverzního brzděného záření³. Nicméně v naší aproximaci, kdy rychlost v příčném směru nahrazujeme střední rychlostí v elektromagnetickém poli dopadajícího záření, v příčném směru srážky nezapočítáváme a k přímému ohřevu plazmatu dopadající vlnou tudíž v tomto případě nemůže docházet. Jediným způsobem ohřevu plazmatu v bezsrážkovém případě zůstává interakce elektronů se sekundární podélnou plazmovou vlnou vznikající během Ramanova rozptylu.

³*v angl. lit. inverse Bremsstrahlung*

Shrňme tedy, že ohřívání plazmatu je v našem modelu, jak ukazují výsledky numerických simulací, závislé na stupni rozvoji Ramanovy nestability.

Obrázek 5.5 zobrazuje časový vývoj podélného vlnového módu příslušejícímu ke zpětnému Ramanovu rozptylu v závislosti na velikosti efektivní srážkové frekvenci. Rozdíl mezi mírami růstu Ramanovy nestability v daném intervalu srážkových frekvencí zůstává v řádu několika procent. Například v bezsrážkovém případě je míra růstu získaná numerickým výpočtem $\gamma_B = 7,92 \cdot 10^{12} s^{-1}$, zatímco v případě $\nu_c/\omega_{pe} = 0,05$ dostáváme hodnotu $\gamma_B = 7,34 \cdot 10^{12} s^{-1}$. Připomeňme, že hodnota srážkové frekvence $\nu_c/\omega_{pe} = 0,05$ je ve velmi dobré shodě se skutečnou srážkovou frekvencí v uvažované oblasti korony plazmatu složeného z těžších iontů.

Kapitola 6

Výsledky Vlasov-Maxwellových simulací

V předcházejících kapitolách jsme odvodili rovnice popisující Ramanův rozptyl intenzivního laserového svazku dopadajícího do laserové korony a detailně popsali numerickou metodu řešení takto získaných rovnic založenou na Fourier-Hermiteově rozvoji rozdělovací funkce. V programovacím jazyce FORTRAN byl sestaven počítačový kód, jehož numerické vlastnosti byly podrobně testovány s výsledky prezentovanými v předcházející kapitole. Z diskuse vyplynulo, že zmíněná numerická metoda je schopna dát velmi dobré výsledky zejména při použití zjednodušeného Fokker-Planckova srážkového členu, který stabilizuje výpočet. Jak bylo uvedeno, tento člen je velmi dobře fyzikálně odůvodnitelný a v počítačovém modelu nezpůsobuje neopodstatněný růst entropie systému, což představuje jeho hlavní výhodu oproti ostatním používaným Vlasov-Maxwellovým kódům. V následujícím textu shrneme fyzikální výsledky, kterých bylo tímto modelem dosaženo, a pokusíme se je zasadit do širšího kontextu problematiky terčíkových experimentů zejména s ohledem na navrhování plazmových urychlovačů nabitých částic a na možnou inerciální termojadernou fúzi.

Jak již bylo zmíněno, model je navrhován pro zařízení PALS (Prague Asterix Laser System), kde v blízké infračervené oblasti ($1,315 \mu\text{m}$) pracuje výkonový laser s pulsem o délce 400 ps . Tento laser produkuje svazek, který ve fokusu na terčíku dosahuje hustoty výkonu $10^{19} - 10^{20} \text{ W/m}^2$. Elektronová teplota v koruně plazmatu generovaného na pevném terčíku dosažitelná tímto systémem je odhadována na 10^7 K ($\approx 0,9 \text{ keV}$).

Řešení soustavy obyčejných diferenciálních rovnic dává časovou závislost elektromagnetického stejně jako elektrostatického spektra a evoluci elektronové rozdělovací funkce ve fázovém prostoru. Zároveň lze velmi jednoduše získat informaci o časové závislosti jednotlivých vlnových módů. Simulace byly provedeny pro různé hodnoty elektronové koncentrace tak, aby byly popsány nelineární interakce vlna-vlna a vlna-částice v různých oblastech laserové korony. Tyto výsledky shrnuje následující oddíl. V dalším oddílu popíšeme výsledky modelu s řidším diskretním spektrem, které ukazují na možnost vzniku sekundární nestability a to Ramanovy kaskády, jež významnou mě-

$\omega_{pe}[s^{-1}]$	n/n_{krit}	$k_B\lambda_D$	$k_F\lambda_D$	$k_C\lambda_D$	k_{Q-}	k_{Q+}
$2 \cdot 10^{14}$	0,020	0,526	0,0416	0,418	0,484	0,568
$3 \cdot 10^{14}$	0,044	0,335	0,0424	0,239	0,293	0,377
$4 \cdot 10^{14}$	0,078	0,235	0,0436	0,139	0,191	0,279
$5 \cdot 10^{14}$	0,122	0,173	0,0458	—	0,127	0,219
$\omega_{pe}[s^{-1}]$	n/n_{krit}	v_{f_B}/v_T	v_{f_F}/v_T	v_{f_C}/v_T	$v_{f_{Q-}}/v_T$	$v_{f_{Q+}}/v_T$
$2 \cdot 10^{14}$	0,020	2,57	24,1	2,95	0,72	4,15
$3 \cdot 10^{14}$	0,044	3,46	23,7	4,54	0,52	5,73
$4 \cdot 10^{14}$	0,078	4,59	23,0	7,43	0,40	7,47
$5 \cdot 10^{14}$	0,122	6,04	21,9	—	0,32	9,37

Tabulka 6.1: Vlnová čísla a fázové rychlosti jednotlivých rezonančních i nerezonančních plazmových vln v různých oblastech laserové korony.

rou ovlivňuje procesy v koruně laserového plazmatu. Tato fyzikálně jednodušší simulace pomůže lépe interpretovat výsledky získané s modelem obsahujícím hustší diskretní spektrum, a tudíž umožňuje simulovat plazma, kde dochází k významnému rozšíření spektrální čáry rezonančního elektrostatičkého módu, což v konečném důsledku vede ke značné chaotizaci ve fázovém prostoru. Tyto výsledky budou prezentovány v posledním oddílu této kapitoly.

6.1 Výsledky simulací napříč laserovou korunou

Výsledky oddílu 3.5 ukazují, že díky relativně malé elektronové teplotě převažuje zpětný Ramanův rozptyl nad dopředným Ramanovým rozptylem ve velké oblasti plazmové korony s elektronovou koncentrací vyšší než přibližně jedna dvacetina kritické koncentrace. V oblastech s koncentrací pod touto hodnotou je díky malé fázové rychlosti dceřině elektrostatičké vlny zpětného Ramanova rozptylu tato vlna silně Landauovsly tlumena a dceřiná plazmová vlna dopředného rozptylu s fázovou rychlostí blízkou rychlosti světla dosahuje srovnatelné amplitudy s amplitudou plazmové vlny zpětného rozptylu. Právě v této části korony, kde plazmové vlny příslušející ke zpětnému a dopřednému rozptylemu spolu mohou nelineárně interagovat a vytvářet nerezonanční kvazimód, můžeme pozorovat nejkompexnější vlnovou strukturu. Za zmínku také stojí, že kvůli silné interakci elektrostatičké vlny příslušející ke zpětnému rozptyle s částicemi zachycenými v jejich potenciálových minimech, zde dochází k významnému rozšiřování spektrální čáry tohoto vlnového módu. Tomuto efektu se budeme podrobněji věnovat v oddíle 6.4.

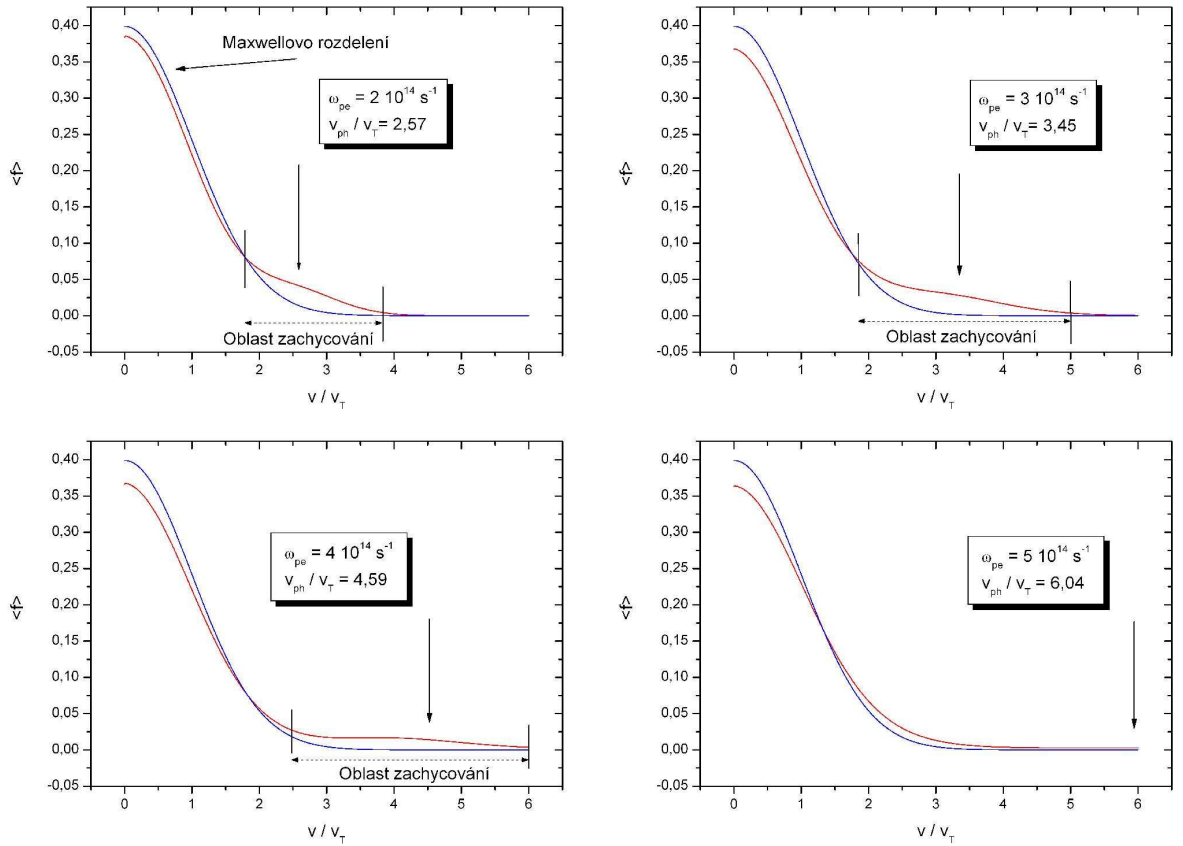
Tabulka 6.1 shrnuje závislost vlnových čísel a fázových rychlostí jednotlivých rezonančních i nerezonančních plazmových vln v různých oblastech laserové korony. Je zřejmé, že plazma je nejvíce ovlivněno plazmovou vlnou příslušející ke zpětnému Ramanovu rozptylemu v oblastech s výrazně podkritickou koncentrací, neboť hodnoty fázových

$\omega_{pe} [s^{-1}]$	$\gamma_{B_{simul}} [s^{-1}]$	$\gamma_L [s^{-1}]$	$\gamma_{B_{lin}} [s^{-1}]$
$2 \cdot 10^{14}$	$0,70 \cdot 10^{13}$	$3,11 \cdot 10^{13}$	$1,41 \cdot 10^{13}$
$3 \cdot 10^{14}$	$1,21 \cdot 10^{13}$	$1,27 \cdot 10^{13}$	$1,92 \cdot 10^{13}$
$4 \cdot 10^{14}$	$1,87 \cdot 10^{13}$	$5,06 \cdot 10^{11}$	$2,23 \cdot 10^{13}$
$5 \cdot 10^{14}$	$2,17 \cdot 10^{13}$	$7,01 \cdot 10^8$	$2,37 \cdot 10^{13}$

Tabulka 6.2: Lineární míry růstu zpětného Ramanova rozptylu v závislosti na elektronové koncentraci plazmatu získané z numerických simulací (2. sloupec) a z výsledků lineární teorie podle vztahu (3.25) (4. sloupec). Pro úplnost jsou přidány ještě lineární míry Landauova bezsrážkového útlumu získané na základě lineární teorie podle vztahu (3.31) (3. sloupec). ($\nu_c/\omega_{pe} = 0,05$, $I = 5 \cdot 10^{19} W/m^2$)

rychlostí leží v těle Maxwellovy elektronové rozdělovací funkce popisující statisticky rovnovážný stav. Navíc výsledky simulací ukazují, že v plazmatu odpovídajícímu experimentu PALS je možný vznik dalšího elektrostatičkého módu pohybujícího se proti směru dopadajícího laserového svazku. Pokud je totiž intenzita zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny dostatečná a zároveň je splněna podmínka $\omega_L \geq 3\omega_{pe}$, tzn. $n_e \leq n_{krit}/9$, může dojít k dalšímu zpětnému Ramanovu rozpadu za vzniku sekundární elektromagnetické vlny pohybující se ve směru do terče a elektrostatičké vlny s opačným směrem pohybu. Jak bude patrné z výsledků uvedených v následujícím textu Ramanova kaskáda snižuje hodnotu Ramanovy reflektivity a zároveň má značnou schopnost zachycovat a urychlovat elektrony ve směru od terčíku, čímž výrazně přispívá k expanzi plazmatu a tudíž i k zachování vysokého náboje vylétávajících iontů (viz tabulka 6.1).

Nejvýznamnější vliv na terčíkový experiment ať už jde o nelineární interakci s částicemi plazmatu nebo o relativně vysokou Ramanovu reflektivitu, která může hrát významnou roli při experimentech s nepřímou řízenou laserovou fúzí s použitím hohlraumu, má tedy bezesporu zpětný Ramanův rozptyl. Tabulka 6.2 shrnuje lineární míry růstu zpětného Ramanova rozptylu získané Vlasov-Maxwellovými simulacemi pro různé oblasti laserové korony. V simulacích byla použita hodnota efektivní srážkové frekvence $\nu_c/\omega_{pe} = 0,05$ a hustoty výkonu laseru ve fokusu $I = 5 \cdot 10^{19} W/m^2$. Pro porovnání jsou zde uvedeny hodnoty lineárního Landauova útlumu a lineární míry růstu Ramanovy nestability odvozené z lineární teorie zmíněné v kapitole 3 (rovnice (3.25)). Z tabulky je patrné, že byla dosažena poměrně dobrá shoda mezi počátečním stádiem časového vývoje ve Vlasov-Maxwellových simulacích a teoretickou předpovědí založenou na linearizovaném modelu Ramanovy nestability. Odchytky v hodnotách jsou způsobeny Landauovým útlumem (jeho hodnota je v tabulce také uvedena) a zároveň nesmíme pominout ani vliv srážek započtených do úplného modelu přes interakci vlna-částice na časový vývoj amplitudy plazmové vlny. Můžeme tedy shrnout, že růst Ramanovy nestability je největší v oblastech s elektronovou koncentrací těsně pod čtvrtinou kritické koncentrace a že nejmenší růst a zároveň nejvýznamnější bezsrážkové tlumení elektrostatičké vlny na-



Obrázek 6.1: Prostorově středované elektronové rozdělovací funkce získané Vlasov-Maxwellovým modelem v různých oblastech plazmatu laserové korony v čase $\omega_{pe}t = 140$. Zobrazeny jsou fázové rychlosti plazmových vln společně s oblastmi, kde tyto vlny ovlivňují rychlostní rozdělení elektronů. Pro porovnání je modře vyneseno rovnovážné Maxwellovo rozdělení.

stává v řídkých okrajových oblastech korony.

Vliv zpětného Ramanova rozptylu na fázový prostor je v různých oblastech korony demonstruje obrázek 6.1, kde je zachycena elektronová rozdělovací funkce prostorově průměrovaná přes celou oblast simulace v čase $\omega_{pe}t = 140$, kdy zhruba dochází k saturaci amplitudy dceřiné plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu, pro hodnoty plazmové frekvence (a) $\omega_{pe} = 2 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$, (b) $\omega_{pe} = 3 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$, (c) $\omega_{pe} = 4 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ a (d) $\omega_{pe} = 5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$. Zřetelně zde vidíme plato zformované v okolí fázové rychlosti elektronové plazmové vlny. Jak již bylo konstatováno výše, částice plazmatu jsou v experimentu PALS plazmovou vlnou nejvíce ovlivněny v řídkém plazmatu na okraji korony, kde je fázová rychlost elektrostatičké vlny nejmenší a tudíž leží v oblasti fázového prostoru, kde je největší pravděpodobnost výskytu elektronu. Pro porovnání je v obrázcích zakresleno počáteční rovnovážné Maxwellovo rozdělení elektronů a je vyznačena oblast, kde je patrný vliv nelineární interakce vlna-částice. Velikost této oblasti je závislá na amplitudě elektronové plazmové vlny a lze jednoduše v jednočásticovém přiblížení odhadnout řešením pohybové rovnice s potenciálem ve tvaru paraboly pro

$\omega_{pe} [s^{-1}]$	$(e\lambda_D/K_B T_e) E_{sat}$	v_{sep}/v_T	$f_T [\%]$
$2 \cdot 10^{14}$	0,071	0,73	3,56
$3 \cdot 10^{14}$	0,147	1,32	5,67
$4 \cdot 10^{14}$	0,221	1,94	4,49
$5 \cdot 10^{14}$	0,310	2,68	2,92

Tabulka 6.3: Saturační úrovně amplitudy elektronové plazmové vlny, z nich podle (6.1) vypočtené maximální relativní rychlosti elektronu, kterou může od vlny získat, a podílu ve vlně zachycených elektronů získaný z výsledků numerických simulací (viz obrázek 6.1) v závislosti na elektronové plazmové frekvenci (koncentraci) v čase $\omega_{pe} t = 140$.

dobře zachycené částice. Výsledkem tohoto výpočtu je vztah pro amplitudu separatrixy oddělující oblasti fázového prostoru se zachycenými a volnými elektrony vyjádřené rychlostí v soustavě spojené s plazmovou vlnou, kterou jsme v jednočásticovém přiblížení odvodili v oddílu 2.4:

$$v_{sep} = 2\sqrt{\frac{eE}{m_e k}}, \quad (6.1)$$

kde E je amplituda vlny a k je její vlnové číslo. Ukazuje se, že díky neexistenci bezsrážkového tlumení na počátku evoluce plazmové vlny vznikající zpětným Ramanovým rozptylem v hustším plazmatu, může tato vlna dosáhnout relativně vysoké amplitudy (viz tabulka 6.3). V důsledku toho se objeví poměrně velká amplituda separatrixy a oblast zachycování plazmovou vlnou se ve fázovém prostoru může překrýt s tělem rychlostního rozdělení elektronů. Bližší diskusi tohoto procesu obsahuje následující oddíl.

Z předcházejících výsledků můžeme nyní učinit závěry. Poznali jsme, že procesy ve fázovém prostoru ovlivňuje zejména velikost fázové rychlosti a míra růstu elektronové plazmové vlny při zpětném Ramanově rozptylu v závislosti na elektronové koncentraci. Těmito aspekty je určen poměr plazmovou vlnou zachycených elektronů. Ač v oblastech řidšího plazmatu je fázová rychlost plazmové vlny nízká a leží v oblasti rychlostního rozdělení elektronů, kde je ve statistické rovnováze velká pravděpodobnost výskytu elektronu, míra růstu elektrostatische vlny je výrazně menší než v hustších oblastech. Naopak v plazmatu s koncentrací blízké čtvrtině kritické koncentrace je fázová rychlost i míra růstu plazmové vlny relativně velká, což podle (6.1) znamená i velkou oblast zachycování elektronů vlnou. Tyto poznatky přehledně shrnuje tabulka 6.3, kde jsou v závislosti na elektronové plazmové frekvenci zapsány hodnoty amplitudy podélné složky elektrického pole po saturaci plazmové vlny. Z těchto hodnot je podle (6.1) vypočtena přibližná maximální relativní rychlost, kterou mohou od vlny získat elektrony a která určuje i oblast zachycování vlnou ve fázovém prostoru. Poslední sloupec tabulky obsahuje údaje o počtu v plazmové vlně zachycených elektronů v procentech získaný z numerických simulací pro jednotlivé regiony plazmové korony (viz obrázek 6.1). Vidíme zde, že plazma je nejvíce Ramanovým rozptylem ovlivněno v případě, kdy elektronová plazmová frekvence

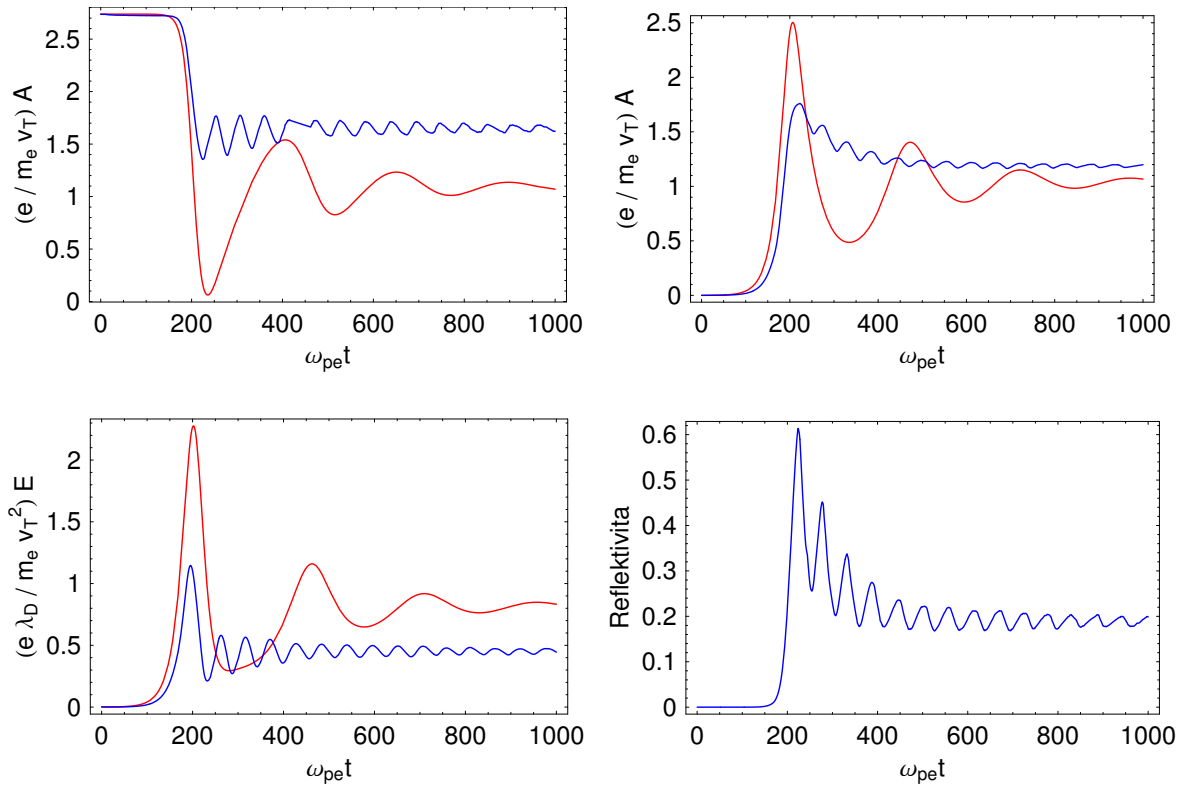
je $3 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$, což odpovídá elektronové koncentraci $0,044 n_{krit}$. Tuto oblast můžeme tedy identifikovat jako nejvýznamnější při produkci rychlých elektronů, které se pohybují směrem do terče, čímž ho přehřívají.

6.2 Zpětný Ramanův rozptyl

Bližší diskusi začneme nejjednodušším případem, který v sobě zahrnuje pouze možnost zpětného Ramanova rozptylu. V minulém oddílu i v celém předešlém textu jsme poznali, že zpětný Ramanův rozptyl převládá nad dopředným rozptylem v oblasti hustšího plazmatu blízko čtvrtiny kritické koncentrace, která však nesmí být z důvodů diskutovaných v kapitole 3 překročena. Protože navíc v této oblasti nemohou být splněny rezonanční podmínky (3.2) a (3.1) společně s lineárními disperzními vztahy (2.1) a (2.11) pro sekundární rozpad primárně zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny, nedochází zde ke vzniku Ramanovy kaskády. Z výsledků předcházejícího oddílu je také patrné, že fázová rychlost dceřiné elektrostatické vlny je příliš velká na to, aby tato vlna výrazně ovlivňovala elektrony v plazmatu, pokud do plazmatu nejsou uměle injektovány částice s „rezonanční“ kinetickou energií. Můžeme tedy předpokládat, že vzhledem ke slabé nelineární interakci mezi plazmovou vlnou a elektrony, se výsledky úplného Vlasov-Maxwellova modelu budou blížit výsledkům získaným na základě obálového modelu založeném na magnetohydrodynamickém přiblížení (viz oddíl 3.6). Lineární míra růstu zpětného Ramanova rozptylu je však mnohem větší než v řídkém plazmatu a současně vysoká fázová rychlost znamená v počátečních stádiích růstu Ramanovy nestability slabou interakci s částicemi plazmatu, což znamená malé Landauovské tlumení vlny. Díky této skutečnosti dorůstá amplituda elektrostatické vlny vysokých hodnot, přičemž vlna vytváří obrovské elektrické pole, jež dokáže zachytit elektrony v mnohem větším intervalu rychlostního rozdělení než je tomu v řídkším plazmatu.

Pro numerickou simulaci jsme v souladu s uvedeným zvolili hodnotu elektronové plazmové frekvence $\omega_{pe} = 5,5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$, což odpovídá elektronové koncentraci $n_e/n_{krit} = 0,147$. Abychom zajistili dostatečnou numerickou stabilitu výpočtu, museli jsme nastavit efektivní srážkovou frekvenci na hodnotu $\nu_{ei}/\omega_{pe} = 0,1$. V simulaci bylo použito 700 členů Hermiteova a 100 členů Fourierova rozvoje, což je dostačující pro dosažení uspokojivé přesnosti výpočtu. Zejména kvůli rychlejšímu růstu a tím zkrácení doby simulace byla narozdíl od simulací prezentovaných v předcházejícím oddíle zvolena hodnota hustoty výkonu dopadajícího elektromagnetického záření $I = 10^{20} \text{ W/m}^2$.

Na obrázku 6.2 jsou v jednotlivých grafech vyneseny časové závislosti amplitud pumpující vlny laseru, zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny a elektronové plazmové vlny. Připojena je také časová závislost Ramanovy reflektivity. Obrázek demonstruje rozpad elektromagnetické vlny laseru ($k\lambda_D = 0,0987$) projevující se výrazným poklesem amplitudy této vlny na zpětně se šířící elektromagnetickou vlnu s vlnovým číslem $k\lambda_D = 0,0498$ a na dopředu jdoucí elektronovou plazmovou vlnu s vlnovým číslem $k\lambda_D = 0,1485$. V čase $\omega_{pet} \approx 200$, kdy elektronová plazmová vlna dosahuje obrovské amplitudy



Obrázek 6.2: Časová závislost amplitudy (a) laserové vlny a (b) rezonančního elektromagnetického a (c) elektrostatického vlnového módu. Připojena je (d) časová závislost Ramanovy reflektivity v plazmatu s elektronovou plazmovou frekvencí $\omega_{pe} = 5,5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$, což odpovídá elektronové koncentraci $n_e/n_{krit} = 0,147$. Modře jsou vyznačeny výsledky získané úplným Vlasov-Maxwellovým modelem a červenou barvou výsledky obálkových simulací.

$e\lambda_D E/m_e v_T^2 = 1,15$, což odpovídá intenzitě elektrického pole $E = 4,43 \cdot 10^{10} \text{ V/m}$, dochází vlivem nelineárních interakcí zachycených elektronů s touto vlnou k saturaci jejího růstu. V této době vytvořené elektrické pole dosahuje totiž takových hodnot, že interval původních rychlostí zachycených elektronů $v_f \pm v_{sep}$, kde pro diskutovanou simulaci dostáváme hodnoty $v_{sep}/v_T = 5,57$ a $v_f/v_T = 6,95$, zahrnuje značnou část fázového prostoru. Interakce se tedy zúčastňuje velké množství elektronů v plazmatu. Díky tomu se elektrostatická vlna velmi rychle rozpadá, aby mohlo následně dojít k dalšímu růstu. Všimněme si, že k cyklickým změnám amplitudy elektronové plazmové vlny dochází zhruba s periodou, která odpovídá periodě kolektivního kmitavého pohybu zachycených částic ve vlně. Tato skutečnost jednoznačně dokazuje ústřední vliv interakce vlny se zachycenými částicemi na časový vývoj její amplitudy, kdy dochází k neustálým výměnám energie mezi plazmovou vlnou a částicemi. Plazmová vlna nejprve předává část své energie částicím pomalejším než je její fázová rychlost, kterých je statisticky více, neboť jako počáteční podmínku uvažujeme rovnovážné Maxwellovo rozdělení ($\partial f/\partial v < 0$). V momentě, kdy značná část elektronů je takto urychlena, na jejich rychlostním rozdělení se

zformuje další lokální maximum ($\partial f/\partial v < 0$). Tyto elektrony pak mají větší rychlost než je fázová rychlost vlny a po čase rovnajícím se polovině periody jejich kmitů dosáhnou další potenciálové maximum vlny. Pokud je potenciál dostatečně velký, částice nemohou vlnu opustit a předávají část své kinetické energie zpět vlně. Nakonec je po určitém čase dosaženo rovnováhy, kdy kolísání amplitudy plazmové vlny způsobené zachycenými elektrony jsou poměrně malé. Toto chování plazmové vlny se přes zpětnou vazbu Ramanovy nestability samozřejmě projevuje i u ostatních zúčastněných vln, kde dochází rovněž ke kolísání jejich amplitud. Zároveň se ve stejném čase, kdy dojde k saturaci elektronové plazmové vlny, zastaví přenos energie pumpující vlny do jejich dceřiných vln. Z posledního grafu na obrázku zachycujícího Ramanovu reflektivitu, která je definovaná jako

$$R = \frac{E_R^2}{E_L^2}, \quad (6.2)$$

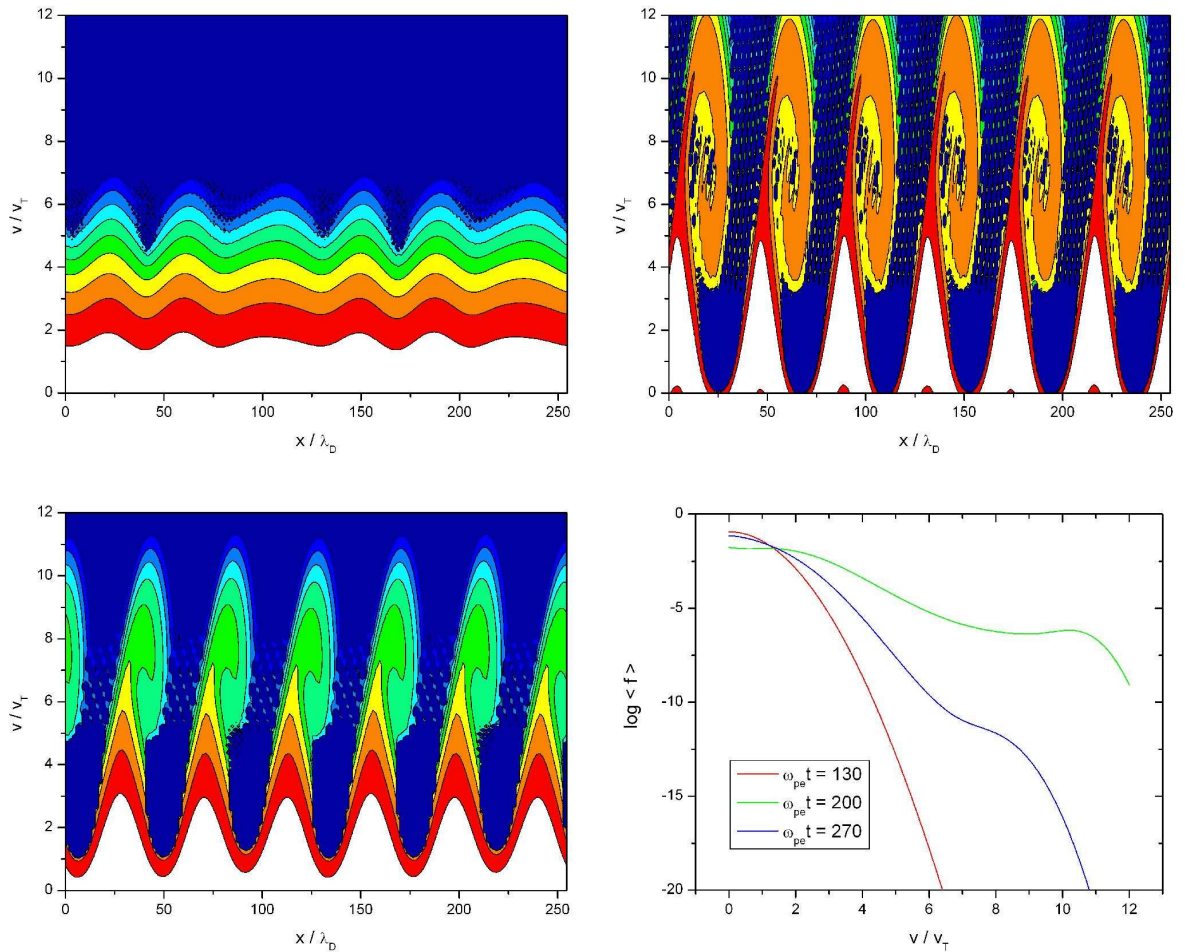
kde E_R a E_L jsou amplitudy elektrického pole zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny, respektive vlny laseru, můžeme vyčíslit její špičkovou hodnotu, která je přibližně $R = 60 \%$. V ustáleném stavu na konci simulace pak Ramanova reflektivita dosahuje hodnoty okolo $R = 20 \%$. Ramanova reflektivita v podstatě udává, jaká je část energie přinášené elektromagnetickou vlnou výkonového laserového svazku se odrazí zpět při procesu Ramanova rozpadu. Tato energie tedy nedorazí k terči a nevyužije se při jeho stlačování a ohřívání. Tato skutečnost činí potíže zejména při fúzních experimentech s nepřímým ohřevem využívajících dutinu, uvnitř které je umístěna kapsle s jaderným palivem. Při dopadu laserových svazků na stěnu této dutiny se v tomto konceptu vytvoří měkké rentgenové záření, které stlačuje a ohřívá kapsli s palivem. Problém je ale v tom, že dutina se velmi rychle vyplní v podstatě homogenním plazmatem s koncentrací vhodnou pro vznik Ramanovy nestability. Vidíme tedy, že v plazmatu popsaném výsledky simulace prezentované v tomto oddíle je hodnota reflektivity poměrně vysoká a ztráty činí jen díky Ramanově nestabilitě v ustáleném stavu okolo 20% . To jsou hodnoty diametrálně odlišné od hodnot získaných v následujícím odstavci v poněkud řidším plazmatu. Rozdíl lze vysvětlit následujícím způsobem: Jak již bylo uvedeno v hustším plazmatu vzniká při zpětném Ramanově rozptylu plazmová vlna s poměrně vysokou fázovou rychlostí a zároveň míra růstu nestability je zde podstatně vyšší než v případě řidšího plazmatu. To znamená, že na počátku růstu elektrostatische vlny tato vlna ovlivňuje jen tu část fázového prostoru, kde se v neporušeném stavu nachází jen malá část elektronů. Postupným růstem amplitudy vlny se tato oblast rychle rozšiřuje, ale k podstatné nelineární interakci částic s vlnou dojde až v momentě, kdy amplituda dosáhne obrovských hodnot. Zde také dojde k saturaci růstu vlny. Naopak v řidším plazmatu je fázová rychlost buzené elektrostatische vlny mnohem nižší, ležící v těle rychlostního rozdělení elektronů. I sebemenší elektrické pole pak dovoluje interakci s velkým množstvím „rezonančních“ elektronů a tímto procesem dochází v tomto případě velmi brzo k saturaci jejího růstu. Přes zpětnou vazbu Ramanovy nestability se tento efekt projeví i na chování ostatních zúčastněných vln. Tuto skutečnost můžeme podložit srovnáním výsledků Vlasov-Maxwellova modelu a výsledků obálkového modelu v případě probraném

v následujícím oddílu.

Vraťme se však k výsledkům numerického výpočtu prezentovaného v tomto oddílu. Pokládáme za vhodné porovnat výsledky úplného modelu s modelem obálkovým prezentovaným v 3.6. Pro tento účel jsou na obrázku 6.2 červeně zakresleny také časové závislosti vypočtené právě pomocí obálkového modelu. Můžeme zde sledovat poměrně slušnou shodu v časových závislostech až do momentu, kdy přestávají platit lineární vztahy a díky značné amplitudě elektrostatické vlny dochází k nelineárním interakcím (Je zřejmé, že v případě výsledků obálkové metody dochází k saturaci růstu mnohem později a to díky jiným procesům než v případě úplného modelu - do obálkového modelu je zahrnut jen lineární Landauův útlum). Výjimku tvoří pouze amplituda plazmové vlny. Tento nesoulad však snadno vysvětlíme opět pomocí procesu zachycování elektronů, při kterém se energie plazmové vlny předává částicím (opačný proces není v tomto případě možný, neboť za počáteční podmínku bereme statisticky rovnovážné Maxwellovo rozdělení).

Pro úplnost ještě zbývá předvést evoluci elektronové rozdělovací funkce ve fázovém prostoru získanou úplným Vlasov-Maxwellovým modelem. Ta je zachycena na obrázku 6.3 doplněná o prostorově průměrované rychlostní rozdělení. Zmíněný obrázek zachycuje vrstevnicové grafy elektronové rozdělovací funkce v časech (a) $\omega_{pe}t = 130$, (b) $\omega_{pe}t = 200$ a (c) $\omega_{pe}t = 270$, tedy v momentě úvodního růstu Ramanovy nestability, v momentě její saturace a po dosažení druhého maxima amplitudy plazmové vlny, nakreslené v logaritmickém měřítku v intervalu hodnot rozdělovací funkce $< 10^{-9}, 10^{-1} >$. Díky vysoké fázové rychlosti elektronové plazmové vlny je z počátku vliv této vlny na částice vlny slabý. Když však amplituda plazmové vlny dosáhne vyšších amplitud, zvětší se i oblast ve fázovém prostoru, odkud mohou být elektrony vlnou zachyceny. Vzhledem k tomu, že v čase $\omega_{pe}t = 200$ vidíme z tvaru prostorově průměrované rozdělovací funkce oblast, kde je kladná derivace rozdělovací funkce, dochází k opětovnému růstu elektrostatické vlny za současného brždění zachycených elektronů. V tento moment předávají zachycené částice zpět vlně svoji kinetickou energii, přičemž vlivem srážek se systém vrátí téměř do počátečního rovnovážného stavu. V čase $\omega_{pe}t = 270$, kdy elektrostatická vlna dosahuje dalšího maxima ale s mnohem menší amplitudou elektrického pole (viz obrázek 6.2), vidíme již na rychlostní závislosti mnohem menší plato znamenající zachycené elektrony. Takových elektronů je také vzhledem k vysoké fázové rychlosti plazmové vlny relativně málo. Po dostatečně dlouhé době, jak je vidět z časové evoluce amplitudy elektrostatické vlny, se ustaví rovnovážný stav. Zde se také opět sejdou výsledky plného modelu započítávajícího kinetiku elektronů plazmatu a zjednodušené obálkové metody.

Na závěr ještě poznamenejme, že k tomu, aby si částice mohli podržet kinetickou energii původně získanou od plazmové vlny, je nutná přítomnost ještě dalšího procesu vedoucího ke vzniku dalšího elektrostatického módu narušujícího monochromaticnost původní elektrostatické vlny. Tím vznikne složitý průběh potenciálu v plazmatu. Při interakci částic s takovým potenciálem může dojít vlivem složitých trajektorií částic k chaotizaci ve fázovém prostoru a vzniku širokého a vysokého plata na rychlostním

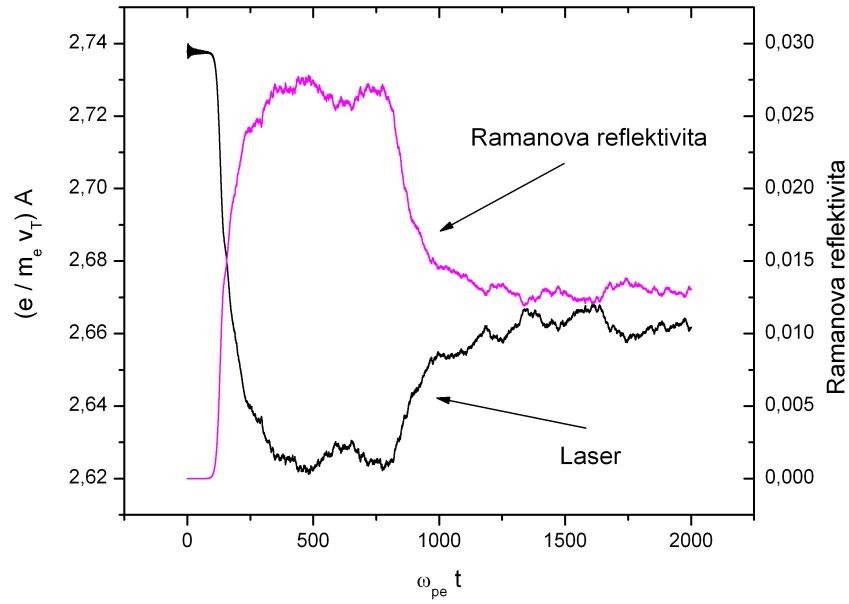


Obrázek 6.3: Evoluce elektronové rozdělovací funkce zachycená v časech (a) $\omega_{pe}t = 130$, (b) $\omega_{pe}t = 200$ a (c) $\omega_{pe}t = 270$. Vrstevnicové grafy zobrazují hodnoty rozdělovací funkce v logaritmickém měřítku v intervalu $\langle 10^{-9}, 10^{-1} \rangle$. Prostorově průměrované rychlostní rozdělení ve stejných okamžicích (d) demonstruje formování plata o šířce $v_{sep}/v_T = 5, 57$ okolo fázové rychlosti elektrostatické vlny $v_f/v_T = 6, 95$.

rozdělení, což uvidíme v oddíle 6.4.

6.3 Vznik Ramanovy kaskády

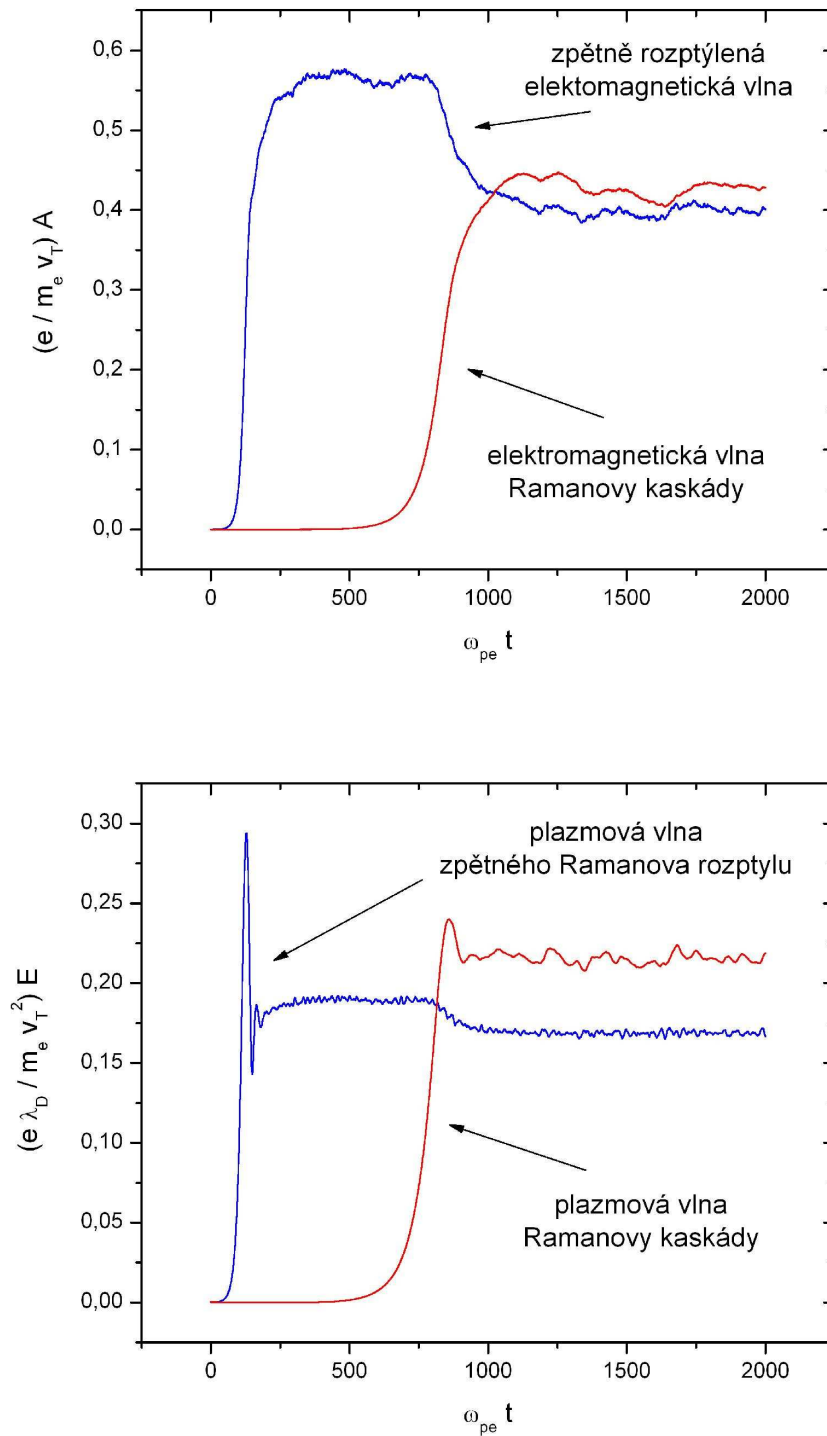
Opusťme oblast hustšího plazmatu, která je z hlediska procesů spojených s Ramanovou nestabilitou poměrně chudá, a posuňme se směrem k okraji korony laserového plazmatu tedy do plazmatu se značně podkritickou koncentrací. V předcházejících diskusích jsme dospěli k závěru, že zde kromě zpětného rozptylu dochází díky silnému Landauovskému tlumení plazmové vlny tohoto rozptylu k současnému růstu dopředného rozptylu a navíc, pokud je amplituda zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny dostatečná, k sekundárnímu Ramanovu rozptylu této vlny za vzniku Ramanovy kaskády.



Obrázek 6.4: Časová závislost reflektivity zpětného Ramanova rozptylu společně s evolucí elektromagnetické vlny pumpujícího laseru.

Pro demonstrování fyzikálních výsledků Vlasov-Maxwellových simulací jsme zvolili oblast plazmatu charakterizovanou elektronovou plazmovou frekvencí $\omega_{pe} = 3 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$, což odpovídá elektronové koncentraci v poměru ke kritické koncentraci ve výši $n_e/n_{krit} = 0,44$. Pro úsporu procesorového času jsme zvolili následující hodnoty délky Fourierových a Hermiteových řad: $N = 100$, respektive $M = 700$. Pozici vlnového čísla dopadající elektromagnetické vlny jsme zvolili $k_L = 4 k_0$, což umožňuje přesné splnění rezonanční podmínky pro vlnová čísla (3.2) v diskrétním spektru. Ukazuje se, že s uvedenými parametry numerických simulací lze dosáhnout velmi dobré přesnosti ve fázovém prostoru společně s uspokojivě nízkou spotřebou procesorového času. Vzhledem k tomu, že spektrum není v okolí pozic rezonančních vlnových módů dostatečně husté, zamezíme tím zároveň rozšiřování spektrální čáry a vzniku nových vlnových módů díky nestabilitě zachycených částic. Potom budou výsledky získané takovými simulacemi lépe fyzikálně interpretovatelné a mohou sloužit jako první krok k pochopení celého komplexního procesu spojeného s růstem stimulovaného Ramanova rozptylu v laserové koruně. Simulace prezentované v následujícím textu zhustí spektrum v okolí rezonančních módů a vezmou v potaz i další nelineární procesy v plazmatu.

Výpočet byl proveden s parametry uvedenými v předchozím odstavci s použitím hodnoty efektivní srážkové frekvence $\nu_c/\omega_{pe} = 0,05$, která je realistická hlavně pro podmínky v plazmatu experimentu PALS generovaném na terči vyrobeném z materiálu s vyšším Z (viz (2.10)). Tato hodnota zároveň zajišťuje dobrou numerickou stabilitu výpočtu. Obrázek 6.4 zobrazuje reflektivitu zpětného Ramanova rozptylu jako funkci času a evoluci pumpujícího laseru. Na obrázku 6.5 je potom časová závislost rezonančních elektromagnetických a elektrostatických vlnových módů příslušejících ke zpětnému Ra-



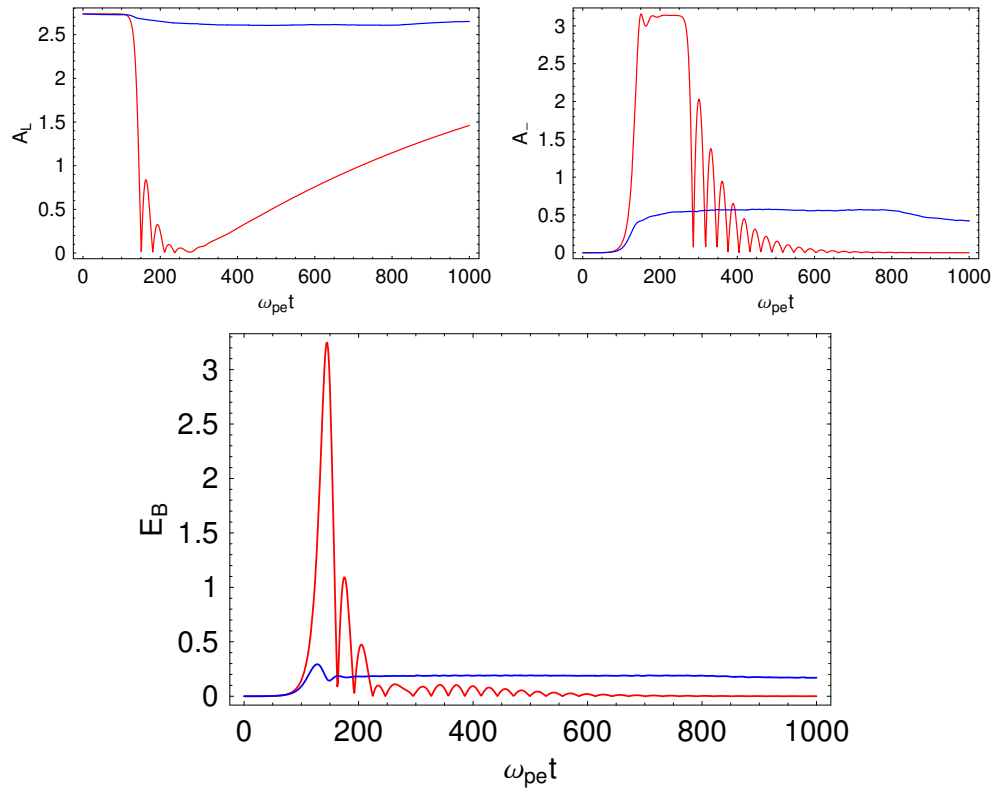
Obrázek 6.5: Časová závislost amplitudy rezonančních (a) elektromagnetických a (b) elektrostatických vlnových módů. Vyneseny jsou dceřiné vlny zpětného Ramanova rozptylu a Ramanovy kaskády vznikající rozpadem zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny.

manovu rozptylu a Ramanově kaskádě. Vlnové číslo dopadající elektromagnetické vlny je $k_L \lambda_D = 0,192$ a vlnová čísla plazmové vlny a zpětně rozptýlená elektromagnetické vlny jsou $k_B \lambda_D = 0,335$, respektive $k_- \lambda_D = 0,143$. Z uvedených hodnot je vidět, že rezonanční podmínka pro vlnová čísla (3.2) je přesně splněna.

V první fázi časové evoluce amplituda dceřině plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu roste monotónně v souladu s lineární aproximací. Během tohoto časového úseku jsou sílíci plazmovou vlnou zachycovány elektrony, které leží ve fázovém prostoru v blízkosti fázové rychlosti této vlny. Zhruba v čase $\omega_{pe} t = 140$, kdy amplituda plazmové vlny dosahuje svého maxima, začínají důležitou roli hrát nelineární interakce vlna-částice. Vlna je tlumena Landauovým útlumem, zatímco pumpující laserový svazek neustále dodává třívlonné interakci energii. Výsledkem je ustavení rovnováhy v čase $\omega_{pe} t = 200$, projevující se tendencí k saturaci amplitudy plazmové vlny. Zdá se, že k ustavení rovnovážného stavu nemalou měrou přispívají srážkové procesy započtené do úplného numerického modelu. Neustálá výměna energie mezi zachycenými částicemi a plazmovou vlnou se na obrázku 6.5 projevuje jako drobná fluktuace amplitudy elektrostatické vlny. Z výsledků je také patrné, že transfer energie z dopadající elektromagnetické vlny laseru do elektronové plazmové vlny je po dosažení rovnováhy zastaven a zároveň amplituda zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny dosahuje saturační úrovně.

Intenzita zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny je v tomto případě dostatečně velká na to, aby tato vlna mohla podstoupit další zpětný Ramanův rozptyl. Vzniká tedy elektromagnetická vlna pohybující se po směru šíření laseru a opačně se pohybující elektronová plazmová vlna. V čase $\omega_{pe} t \approx 800$ se tedy začíná transport energie ze zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny do jejích dceřiných vln Ramanovy kaskády a zároveň se také část vrací zpět laseru. To způsobuje podstatný pokles Ramanovy reflektivity. Časová závislost Ramanovy reflektivity je znázorněna na obrázku 6.4. Je zde vidět, že v případě zpětného Ramanova rozptylu se její hodnota ustálí na $R = 2,7\%$ a po vzniku Ramanovy kaskády její hodnota poklesne na $R = 1,3\%$.

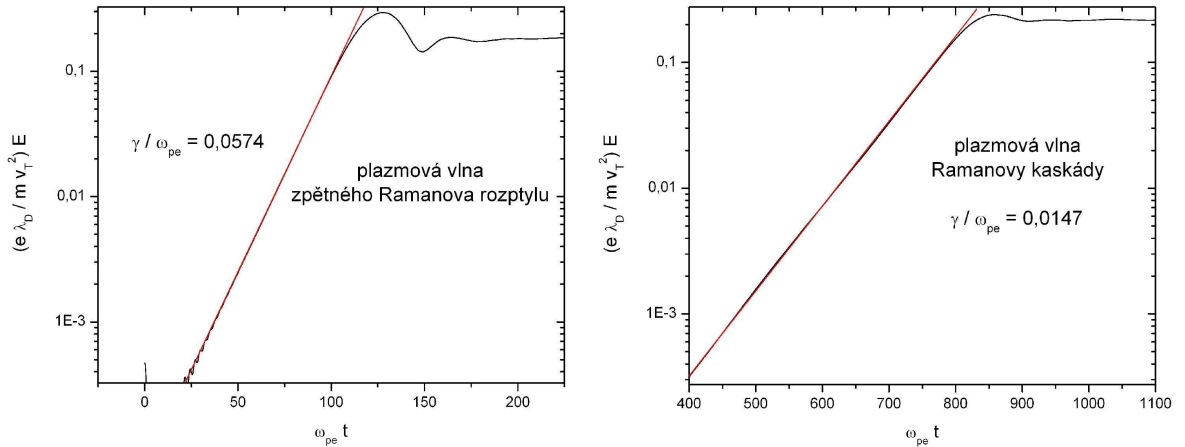
To jsou hodnoty diametrálně odlišné od hodnot získaných v předcházejícím oddílu v plazmatu s elektronovou koncentrací $n_e/n_{krit} = 0,147$. Rozdíl lze vysvětlit následujícím způsobem: Jak již bylo uvedeno v hustším plazmatu vzniká při zpětném Ramanově rozptylu plazmová vlna s poměrně vysokou fázovou rychlostí a zároveň míra růstu nestability je zde podstatně vyšší než v případě řidšího plazmatu. To znamená, že na počátku růstu elektrostatické vlny tato vlna ovlivňuje jen tu část fázového prostoru, kde se ve statistické rovnováze nachází jen malá část elektronů. Postupným růstem amplitudy vlny se tato oblast rychle zvětšuje, ale k podstatné nelineární interakci částic s vlnou dojde až v momentě, kdy amplituda dosáhne obrovských hodnot. Zde také dojde k saturaci růstu vlny. Naopak v řidším plazmatu je fázová rychlost buzené elektrostatické vlny mnohem nižší, ležící v těle rychlostního rozdělení elektronů. I sebemenší elektrické pole pak dovoluje interakci s velkým množstvím „rezonančních“ elektronů a tímto procesem dochází v tomto případě velmi brzo k saturaci jejího růstu. Přes zpětnou vazbu Ramanovy nestability se tento efekt projeví i na chování ostatních zúčastněných vln.



Obrázek 6.6: Srovnání výsledných časových evolucí rezonančních módů zpětného Ramanova rozptylu získaných z úplného Vlasov-Maxwellova modelu (modře) a obáلكového modelu (červeně).

Tuto skutečnost můžeme podložit srovnáním výsledků Vlasov-Maxwellova modelu a výsledků obáلكového modelu. Zatímco z obrázku 6.2 je patrné, že počáteční stádia vývoje jednotlivých vlnových módů získané z obáلكového i úplného Vlasov-Maxwellova modelu se díky slabé interakci plazmové vlny s částicemi plazmatu v podstatě shodují, v případě řidšího plazmatu je situace zcela odlišná. Porovnání výsledků obou modelů v případě plazmatu s elektronovou koncentrací $n_e/n_{krit} = 0,44$ je na obrázku 6.6. Vidíme zde, že výsledky obou modelů se velmi brzy rozcházejí v momentě, kdy se ve Vlasov-Maxwellově modelu začne projevovat interakce elektronové plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu s elektrony. Připomeňme, že v obáلكovém modelu není tato interakce započtena. Vzhledem k výsledkům předcházejícího oddílu a právě uvedeného tedy předpokládáme, že radikální snížení Ramanovy reflektivity v řidším plazmatu je způsobeno silnou interakcí zachycených elektronů s vlnou, ke které vzhledem k nízké fázové rychlosti vlny dochází od samého počátku růstu zpětného Ramanova rozptylu.

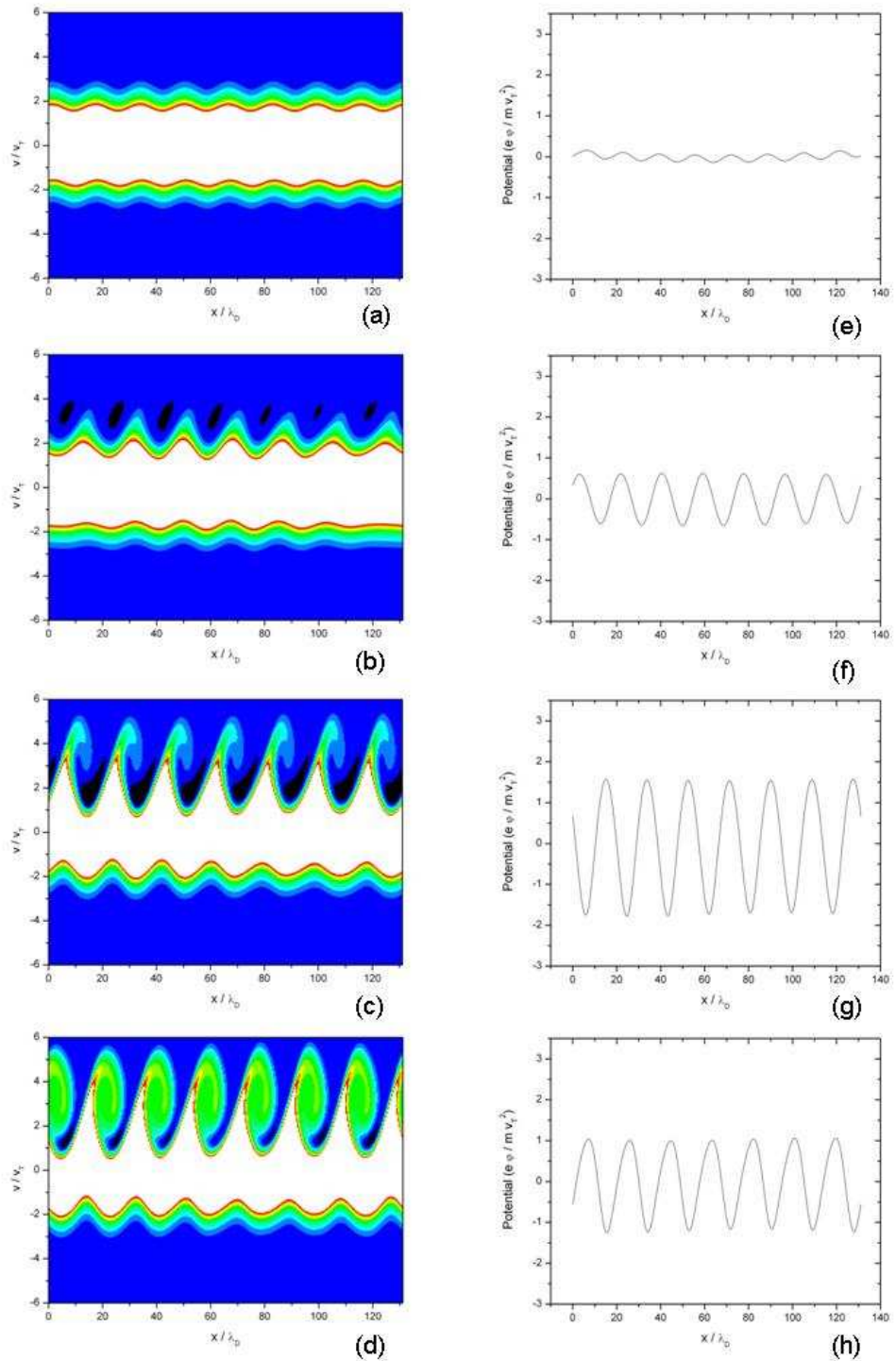
Uvedeme ještě míru růstu rezonančních módů získaných fitováním dat numerického modelu. Příslušné grafy jsou na obrázku 6.7. Výsledná hodnota míry růstu plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu je $\gamma/\omega_{pe} = 0,0574$ a v případě Ramanovy kaskády dostáváme dle očekávání menší růst $\gamma/\omega_{pe} = 0,0147$. Rozdíl v naměřených hodnotách míry růstu v porovnání s výsledky oddílu 6.1 je dán zejména použitím jiné



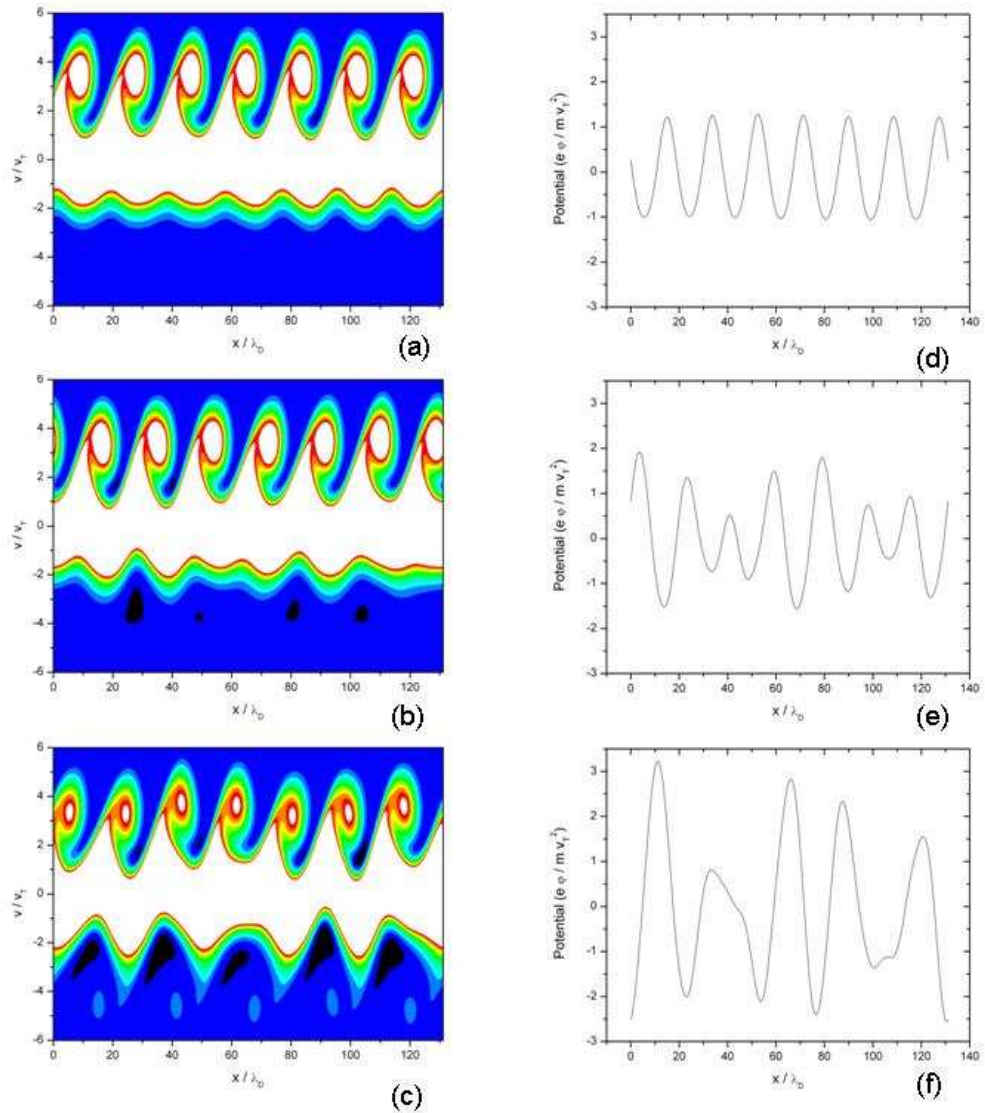
Obrázek 6.7: Růst zpětného Ramanova rozptylu a Ramanovy kaskády získaný Vlasov-Maxwellovým modelem.

hodnoty intenzity elektromagnetické vlny dopadajícího laseru.

Obrázek 6.8 znázorňuje vznik rychlých elektronů v plazmové vlně příslušející ke zpětnému Ramanovu rozptylu. Proces je ilustrován pomocí vrstevnicových grafů elektronové rozdělovací funkce v časech (a) $\omega_{pe}t = 0$ (b) $\omega_{pe}t = 100$ (c) $\omega_{pe}t = 120$ (d) $\omega_{pe}t = 140$, kde je použita lineární škála pro hodnoty rozdělovací funkce, jejíž hodnoty jsou reprezentovány v intervalu mezi 0,0 a 0,1. Pro názornost jsou zde ještě grafy prostorové závislosti elektrostatického potenciálu ve stejných časech. Malé původní perturbace se rychle zvětšují v souvislosti s růstem dopředu jdoucí dceřiné elektrostatické vlny zpětného Ramanova rozptylu (Obr. 6.8 (a)). Pohyb elektronů s rychlostí blízkou fázové rychlosti plazmové vlny $v_f/v_T = 3,45$ začíná být silně touto plazmovou vlnou ovlivněn a tyto elektrony začínají být touto vlnou urychlovány (Obr. 6.8 (b)). S rostoucí amplitudou plazmové vlny se zvětšuje i oblast v rychlostním prostoru, kde je pohyb elektronů ovlivňován formující se vlnou. Díky přesně periodické struktuře podélné složky elektrického pole se pohyb elektronů stává organizovaným a tyto elektrony putují rychlostí vyšší než je fázová rychlost vlny ve směru šíření této vlny. Když narazí na potenciálové maximum vlny, kde jejich pohyb je zbržděn a energie předána zpět plazmové vlně (Obr. 6.8 (c)). Tyto elektrony se stanou zachycenými, když amplituda elektrostatické vlny dosáhne vyšší hodnoty. Uzavřené smyčky (Obr. 6.8 (d)) v grafu elektronové rozdělovací funkce ve fázovém prostoru značí právě takto zachycené elektrony. Z šířek elipsy lze přibližně určit relativní rychlost, kterou získávají elektrony urychlované vlnou, a vlnovou délku plazmové vlny. Tuto hodnotu můžeme porovnat s hodnotou získanou podle přibližného vzorce (6.1). Z obrázku 6.5 získáme saturovanou hodnotu amplitudy elektrostatické vlny, která v čase $\omega_{pe}t = 140$ je $E = 7,8 \cdot 10^9 \text{ V/m}$. Dosazením do vztahu (6.1) dostaneme pro separatrix hodnotu $v_{sep}/v_T = 1,5$, což je v plně v souladu s výsledky Vlasov-Maxwellova modelu zobrazenými na obrázku 6.8 (d). Z obrázku 6.8 je tedy jasně patrné, jak s rostoucí amplitudou elektronové plazmové vlny vzniká skupina zachycených elektronů. Na konci sekvence, kdy se ve fázovém vytvoří uzavřené smyčky



Obrázek 6.8: Vrstevnicový graf elektronové rozdělovací funkce ve fázovém prostoru a prostorová závislost elektrostatičkého potenciálu v časech (a), resp. (e) $\omega_{pe}t = 0$ (b), resp. (f) $\omega_{pe}t = 100$ (c), resp. (g) $\omega_{pe}t = 120$ (d), resp. (h) $\omega_{pe}t = 140$. Ve vrstevnicových grafech je použita lineární škála a zobrazené hodnoty rozd. funkce jsou v intervalu mezi 0,0 a 0,1.

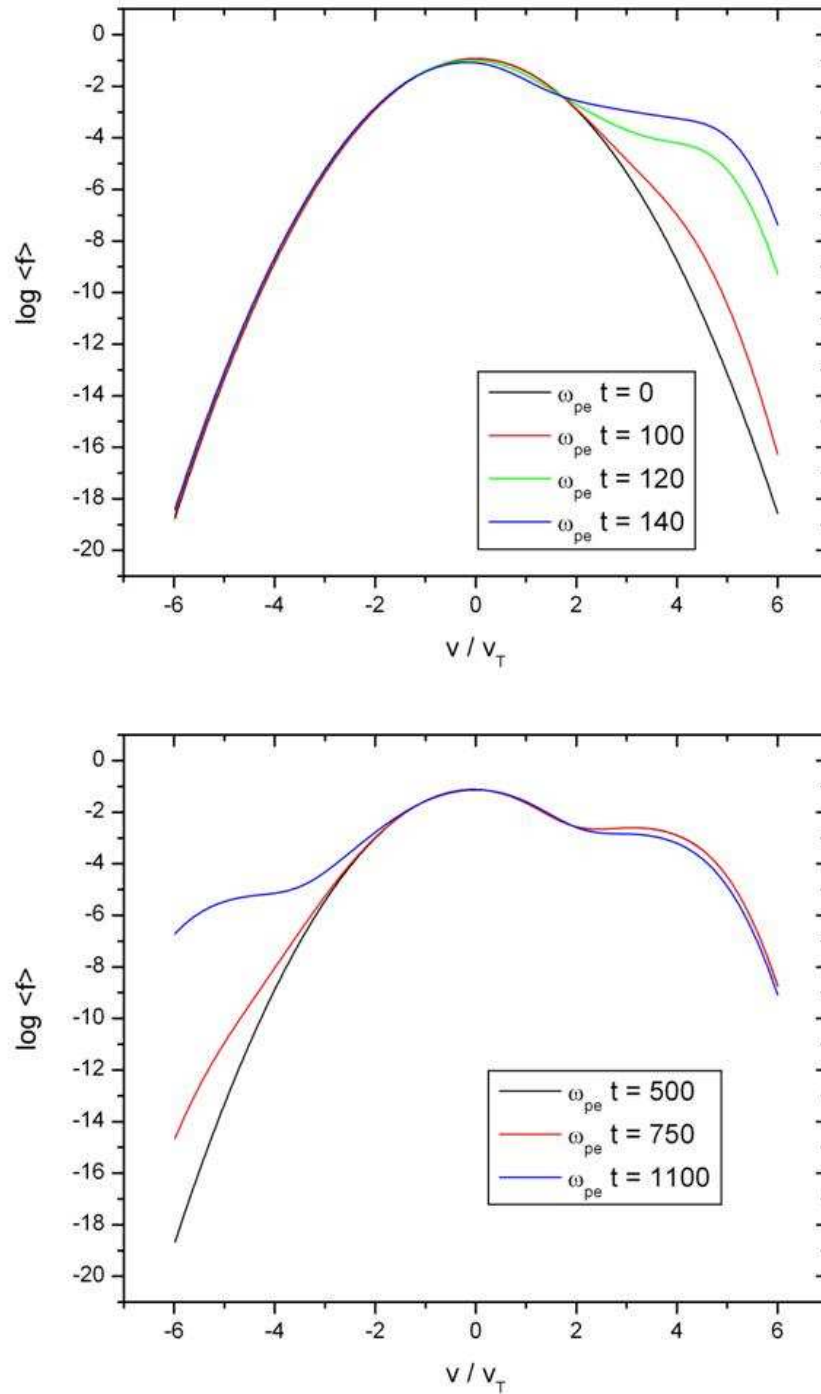


Obrázek 6.9: Vrstevnicový graf elektronové rozdělovací funkce ve fázovém prostoru a prostorová závislost elektrostatického potenciálu v časech (a), resp. (d) $\omega_{pe}t = 500$ (b), resp. (e) $\omega_{pe}t = 750$ (c), resp. (f) $\omega_{pe}t = 1100$. Ve vrstevnicových grafech je použita lineární škála a zobrazené hodnoty rozd. funkce jsou v intervalu mezi 0,0 a 0,1.

signalizující zachycené elektrony v minimech plazmové vlny, amplituda elektrostatické vlny viditelně poklesne.

Obrázek 6.9 (a)-(c) zobrazuje pozdější stadia časového vývoje ve fázovém prostoru, kdy elektromagnetická vlna zpětného Ramanova rozptylu dosahuje dostatečné amplitudy k tomu, aby mohla podstoupit další Ramanův rozptyl a dává vzniknout Ramanově kaskádě. Budí se tedy další dopředu jdoucí (zpětný rozptyl zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny) elektromagnetický mód a elektrostatický mód pohybující se směrem od terče. Jak bylo vidět již na obrázku 6.5 amplituda plazmové vlny dosahuje hodnoty srovnatelné s amplitudou dceřiné plazmové vlny primárního Ramanova rozptylu. Fázová rychlost tohoto vlnového módu je $v_{phC}/v_T = -4,54$, takže je zřejmé, že tato vlna bude mít také silnou tendenci zachycovat elektrony a vytahovat je z těla rychlostního rozdělení na jeho chvost. Tyto elektrony se pohybují směrem od terče, takže v reálném terčickém experimentu urychlují expanzi plazmatu, čímž zmenšují časový interval možný pro rekombinaci iontů, které jsou prostřednictvím horkých elektronů také urychleny. Tento děj tedy zřejmě významně přispívá ke generaci vysoce nabitých a urychlených (na stovky keV) iontů v terčických experimentech. Na obrázku 6.9 jsou opět vyneseny vrstevnicové grafy elektronové rozdělovací funkce a prostorová závislost elektrostatického potenciálu tentokrát v časech (a), resp. (d) $\omega_{pet} = 500$, (b), resp. (e) $\omega_{pet} = 750$ a (c), resp. (f) $\omega_{pet} = 1100$. V důsledku růstu zpětně se pohybující plazmové vlny podélná složka elektrického pole ztrácí prostorovou periodicitu. V čase $\omega_{pet} = 750$, kdy plazmová vlna Ramanovy kaskády má dostatečnou amplitudu, se otáčí směr pohybu elektrostatického pole a později je možné pozorovat rostoucí perturbace v té části fázového prostoru se zápornou rychlostí (Obr. 6.9 (b)). V okolí fázové rychlosti vlny je rozdělovací funkce silně změněna. Můžeme zde pozorovat formování drobných svazků urychlených elektronů. Poznamenejme ještě, že důvodem proč nevidíme podobnou strukturu jako při urychlování v kladném směru, je složitá a silně neperiodická struktura podélné složky elektrického pole. Díky tomu se tu nedá bezprostředně využít mechanismus popsáný v předcházejícím odstavci, nicméně pozorujeme silné přerozdělení elektronů ve fázovém prostoru a vznik generace horkých elektronů.

K dokreslení celé problematiky ještě použijeme obrázek 6.10, kde je znázorněna elektronová rozdělovací funkce průměrovaná přes celou periodu simulace. Je zde dobře demonstrováno formování horkých elektronů na chvostu rozdělení. Na straně kladných rychlostí se plato formuje v okolí fázové rychlosti příslušející ke zpětnému Ramanovu rozptylu $v_{phB}/v_T = 3,45$, přičemž je vymezeno zhruba rychlostmi $v/v_T = 2$ a $v/v_T = 5$, což je ve shodě s výsledkem jednočásticového modelu. Druhá část obrázku zaznamenává pozdější stadia simulace, kdy se plato objevuje také na straně negativních rychlostí, kde je dominantní interakcí vlna-částice způsobená elektrostatickou vlnou náležející k Ramanově kaskádě s fázovou rychlostí $v_{phC}/v_T = -4,54$. Je patrné, že výška plata je o několik řádů menší než v případě zpětného Ramanova rozptylu, zatímco jeho šířka je srovnatelná s předchozím případem, což je v souladu s předpoklady, neboť amplitudy obou elektronových plazmových vln jsou v ustáleném stavu srovnatelné. Menší výtěžek



Obrázek 6.10: Formování plata v okolí fázové rychlosti dceřiné plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu je demonstrováno v části (a), kde je vynesena rozdělovací funkce průměrovaná přes oblast simulace v časech $\omega_{pe} t = 0, 100, 120$ a 140 . Naopak případ Ramanovy kaskády je v části (b) v časech $\omega_{pe} t = 500, 750$ a 1100 . Na obrázku je použito logaritmické měřítko.

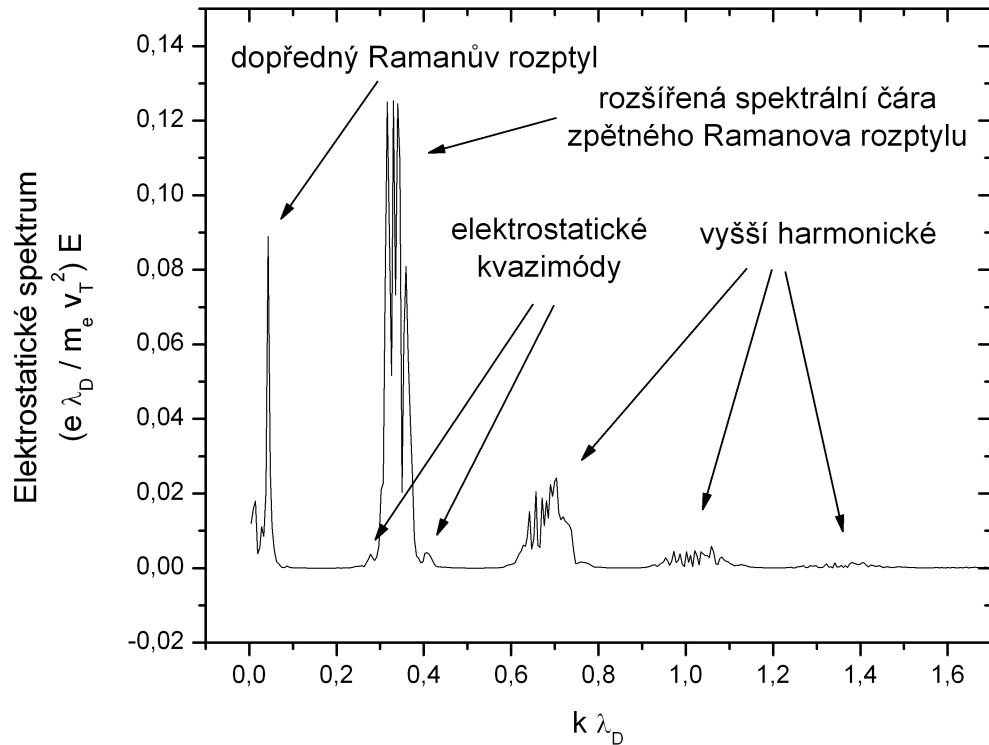
interakce elektronů s plazmovou vlnou Ramanovy kaskády je zřejmě dán vyšší fázovou rychlostí vlny, která zasahuje do té části Maxwellova rychlostního rozdělení, kde je výrazně méně elektronů. Počet horkých elektronů je nicméně dostatečný pro efektivní urychlení expanze laserové korony.

Přesnější výsledky získáme integrací elektronové rozdělovací funkce přes plato v rychlostním rozdělení. Pro plato v oblasti kladných rychlostí dostáváme touto cestou, že v plazmové vlně je 12,8 % zachycených částic, zatímco v opačné části rychlostního rozdělení, kde působí plazmová vlna Ramanovy kaskády, je 2,7 % zachycených částic. Tyto elektrony však mají podstatně větší energii než jejich protějšky pohybující se v kladném směru. Vidíme tedy, že i přes nižší fázovou rychlost dceřiné plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu než v případě hustšího plazmatu je oproti předpokladům počet zachycených částic v této vlně výrazně nižší než v předchozím případě. Takový výsledek nelze získat jiným způsobem než důsledným řešením Vlasovy rovnice společně s úplnou sadou Maxwellových rovnic.

6.4 Nestabilita zachycených částic

Výsledky prezentované v minulých oddílech vedly k závěru, že v případě existence dobře spektrálně oddělených a zároveň v podstatě monochromatických elektronových plazmových vln, dochází k nastavení rovnovážného stavu projevujícího se saturací amplitudy elektronové plazmové vlny. V tomto stádiu evoluce ve fázovém prostoru si elektrony zachycené v elektronové plazmové vlně pouze s touto vlnou vyměňují energii, což se projevuje malými fluktuacemi podélného elektrického pole. K tomuto výsledku dle našeho názoru silně napomáhají srážkové procesy chaotizující chvost rychlostního rozdělení elektronů. Pokud by totiž elektron od elektrostatické vlny získal energii potřebnou k opuštění jejího potenciálového důlu, může ji srážkou s nepohyblivým iontem opět částečně ztratit a následně zbytek své přebytečné energie předá zpět vlně po dosažení následujícího maxima jejího potenciálu. Ve výsledku se tedy ustaví rovnováha mezi vlnou a částicemi v ní zachycenými.

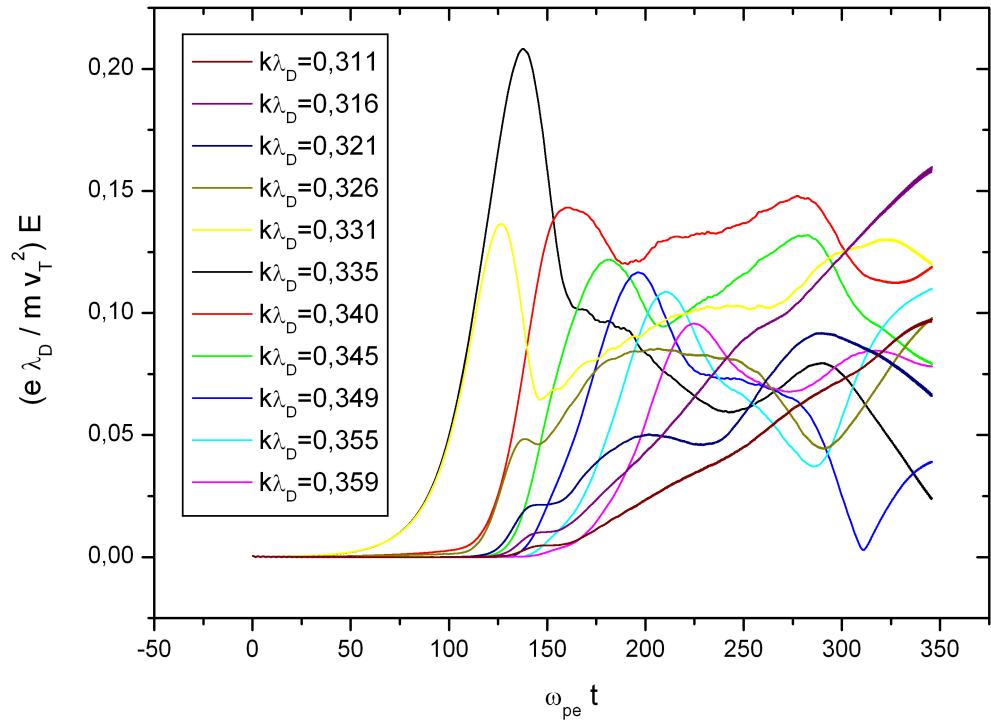
Takový rovnovážný stav může být narušen, pokud v plazmatu existují ještě další elektrostatické vlnové módy. V případě, že tyto vlny mají také schopnost zachycovat elektrony, dráhy těchto částic se mohou stát v důsledku složitého průběhu potenciálu velmi komplikovanými a z důlu původní plazmové vlny uniknout. Některé současné práce zabývající se Ramanovým rozptylem zdůvodňují vymizení původní elektrostatické vlny právě tímto přeskupením elektronů ve fázovém prostoru zapříčiněným nelineární interakcí částic se složitým potenciálem. Výsledkem simulací potom je pulsující chování Ramanovy nestability, kdy nárůsty dceřiných vln Ramanovy nestability se ve více méně pravidelných cyklech střídají s útlumy těchto vln. Takovým partnerem zpětného Ramanova rozptylu se může stát například elektrostatická vlna příslušející k dopřednému Ramanovu rozptylem [9]. V citované práci se v relativistickém plazmatu díky překryvu interakčních oblastí obou elektrostatických vln dociluje dvojího urychlování elektronů.



Obrázek 6.11: Elektrostatické spektrum vlnových čísel jako výsledek Vlasov-Maxwellovy simulace v čase $\omega_{pe}t = 300$. Vznik dopředného a zpětného Ramanova rozptylu s rozšířením spektrální čáry a jejich nelineární kombinace v elektrostatický kvazimód je zřetelná. Vyšší harmonické rozšířené spektrální čáry zpětného rozptylu se objevují také.

Dalším příkladem může být zformování elektrostatického kvazimódu z dceřiných plazmových vln dopředného a zpětného Ramanova rozptylu v nerelativistickém plazmatu nebo sekundární nestabilita elektronové plazmové vlny nazývaná nestabilita zachycených částic poprvé popsána v [53].

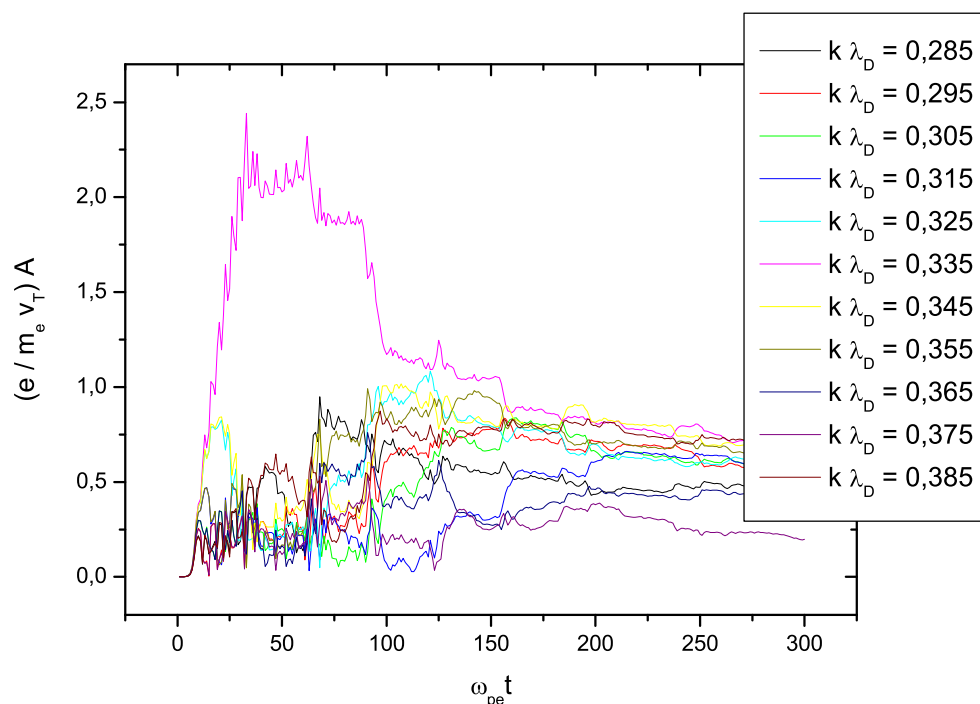
Zbývá tedy popsat vliv zachycených částic popřípadě vliv dopředného Ramanova rozptylu na vývoj systému. K tomu je ovšem nutné zjemnit diskrétní spektrum v modelu možných vlnových čísel narozdíl od simulací popisovaných v minulém oddílu. Výsledky tohoto oddílu jsou založeny na simulacích, které používají 600 členů Fourierova rozvoje a 700 členů Hermiteova rozvoje. Pak je možné posunout vlnové číslo pumpujícího laseru dovnitř simulační krabice ($k_L = 40 k_0$), čímž získáme více možných pozicí v blízkém okolí rezonančního elektrostatického módu. Umožníme tak rozšiřování spektrální čáry tohoto módu v důsledku kmitavého pohybu zachycených elektronů okolo potenciálového minima elektrostatické vlny. K numerické stabilizaci metody používáme opět zjednodušený Fokker-Planckův srážkový člen s hodnotou efektivní srážkové frekvence $\nu_c/\omega_{pe} = 0,05$. Bohužel se ukazuje, že současná existence mnoha vlnových módů v elektrostatickém spektru, které významně ovlivňují fázový prostor a vytvářejí v něm složité struktury s příkrými gradienty, způsobuje kolaps numerické metody. Zvolená hodnota efektivní srážkové frekvence se zdá být optimální, neboť je fyzikálně realistická a zá-



Obrázek 6.12: Časový vývoj postranních módů získaný z plného Vlasov-Maxwellova modelu.

roven dovolí dovést výpočet do času $\omega_{pe}t \approx 340$, kdy se již plně projevují důsledky nelineární interakce vlny s částicemi plazmatu. Poznamenejme ještě, že zvyšování hodnoty srážkové frekvence za účelem dosáhnout prodloužení výpočtu nevede k úspěšnému cíli. Naopak zvyšování počtu členů obou rozvoju činí numerické řešení stabilnější. Bohužel zvládnutí tak ohromného počtu diferenciálních rovnic vyžaduje enormní výpočetní kapacitu - soustava čítá v tomto případě zhruba 840 000 rovnic. Musí se tedy s ohledem na výpočetní dobu a požadovanou přesnost výpočtu hledat optimální parametry Vlasov-Maxwellova modelu.

Nyní přistupme k výsledkům získaným Vlasov-Maxwellovy modelem za popsaných podmínek. Na obrázku 6.11 je znázorněno elektrostatické spektrum vlnových čísel získané jako výsledek simulace v čase $\omega_{pe}t = 300$. Můžeme zde identifikovat několik významných píků. Nejvýznamnější z nich patří dceřině plazmové vlně zpětného Ramanova rozptylu, u kterého je vidět značné rozšíření spektrální čáry způsobené nestabilitou zachycených částic. Dalším (s nejnižším vlnovým číslem) je pík elektrostatické vlny dopředného Ramanova rozptylu. Tato elektronová plazmová vlna nemůže díky své vysoké fázové rychlosti interagovat s částicemi nerelativistickém plazmatu typicky generovaném v experimentu PALS. Může však interagovat zprostředkovaně prostřednictvím nerezonančního elektrostatického kvazimódu, který tato vlna vytváří společně s dceřinou vlnou zpětného rozptylu. Ve spektru jsou zároveň zřetelné píky vyšších harmonických módů rozšířené čáry zpětného rozptylu. Vidíme, že rozšíření čar vyšších harmonických odpovídá přesně rozšíření základního vlnového módu.



Obrázek 6.13: Časový vývoj postranních módů získaný z obávkového modelu.

Obraťme nejprve naši pozornost na významně rozšířenou spektrální čáru příslušející k dceřině elektronové plazmové vlně zpětného Ramanova rozptylu. Je velice dobře známo, že čistě monochromatické vlny představují pouze aproximaci vhodnou k teoretickým úvahám. V přírodě se velmi často setkáváme s šířením vln ve formě vlnového balíku s konečnou pološířkou. Tento balík obsahuje vlnové módy tvořící určitý výsek spojitého spektra. Nejinak je tomu i v našem případě, kdy diskrétní spektrum modelu je dostatečně husté, aby mohlo dojít k rozšíření spektrální čáry, což jednoznačně potvrzují výsledky obrázku 6.11. Jednou z příčin rozšíření spektrálních čar rezonančních vlnových módů může být nedokonalé splnění rezonančních podmínek (3.1) a (3.2). Naprosto přesné splnění rezonanční podmínky pro vlnová čísla (3.2) je v numerickém modelu vzhledem k diskrétnímu spektru takřka nemožné. To je i náš případ, kdy splnění lineární rezonanční podmínky vyžaduje hodnotu vlnového čísla ležící mezi možnými vlnovými módy ve spektru. To lze dokumentovat na obrázku 6.12, kde vidíme na počátku vývoje zhruba stejný růst dvou vlnových módů s vlnovými čísly $k\lambda_D = 0,331$ a $k\lambda_D = 0,335$. Vzhledem k tomu, že prvně jmenovaný leží dál od rezonance, jeho růst se po čase zastaví. Musíme si také uvědomit, že s rostoucími perturbacemi ve fázovém prostoru způsobenými vznikem plazmových vln a zachycováním elektronů v jejich potenciálu se vzdalujeme od předpokladů za jakých byla odvozena lineární teorie zmiňovaná v kapitole 3. Připočteme-li ještě chybu ve splnění rezonanční podmínky pro frekvence započtenou v oddílu 3.6 (rovnice (3.40)), můžeme vysvětlit pomalejší nárůst dalších vlnových módů vzdálenějších od rezonance. Zpomalení růstu těchto módů je způsobeno nenulovou hodnotou $\Delta\omega$ v rovnicích (3.46)-(3.48) a můžeme konstatovat, že čím je frekvence vlnového módů vzdálenější

od rezonanční hodnoty, tím větší je rozladění ve zmiňovaných rovnicích a tím také menší růst módu.

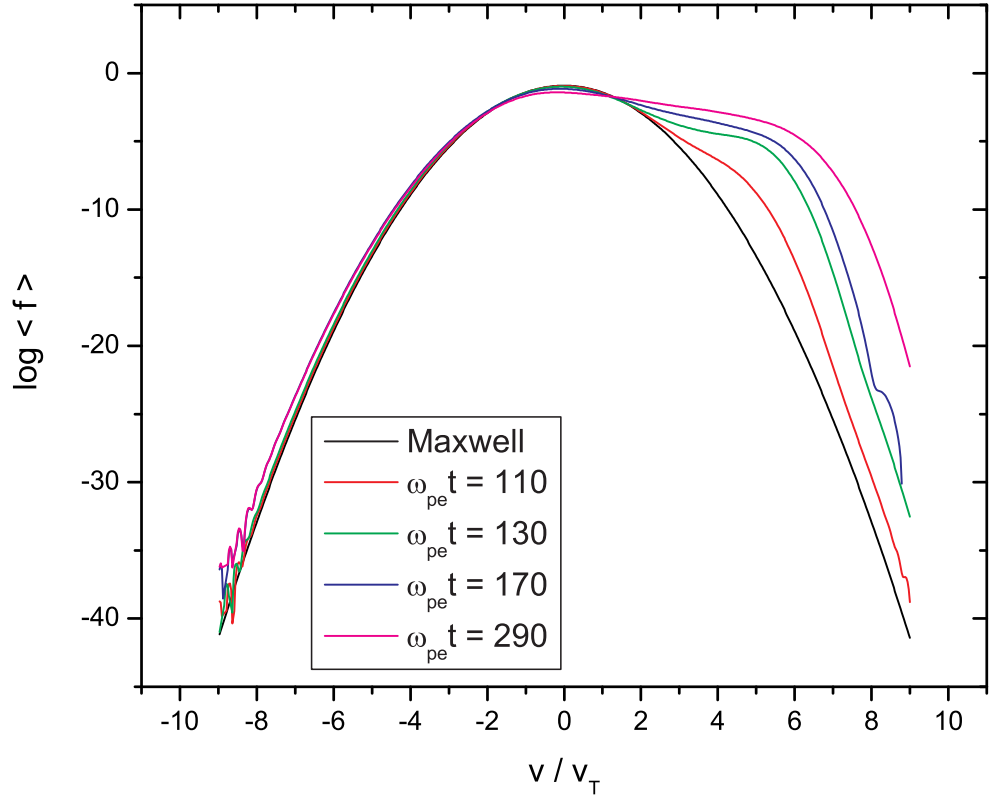
Abychom dokumentovali tuto situaci vezmeme si na pomoc výsledky obálkového modelu vytvořeného pro stejné parametry plazmatu jako v případě plného modelu, kam navíc započítáme postranní vlnové módy. Jejich vzdálenost ve spektru jsme zvolili stejnou jako v případě diskretního spektra úplného modelu s tím, že hodnoty $\Delta\omega$ byly podle toho pro jednotlivé interakce mezi módy přepočítány. Výsledky takového výpočtu jsou zobrazeny v grafu na obrázku 6.13. Je zde patrné, že výsledky jsou kvalitativně stejné jako v případě plného Vlasov-Maxwellova modelu. Největší růst pozorujeme u ústředního módu (zde jsme uvažovali přesné splnění lineární rezonanční podmínky pro vlnová čísla, proto nárůst pouze jediného módu) následovaný pozvolnějším velice záhy nasyceným růstem jeho postranních módů. Vývoj vlnového balíku je zakončen postupným vyrovnáváním amplitud jeho vlnových složek vedoucím ke vzniku poměrně široké spektrální čáry. Podobně je tomu i na obrázku 6.12 v případě plného modelu.

Vzhledem k charakteru rozšíření však nevystačíme pouze s uvedeným vysvětlením. V simulacích se totiž objevují i další módy s významným růstem poměrně vzdálené od ústředního módu. Vznik takových módů lze vysvětlit pomocí nestability zachycených částic. Je to sekundární nestabilita ovlivňující přes nelineární interakci zachycených částic samotnou elektronovou plazmovou vlnu. Její vznik a fyzikální vlastnosti byly na základě práce Kruera, Dawsona a Sudana [53] stručně popsány v oddílu 2.4.2. Na základě předpokladu dobře zachycených částic kmitajících v potenciálových důlech vlny se stejnou frekvencí $\omega_k = \sqrt{eEk/m}$ (viz (2.27)) byla odvozena disperzní rovnice (2.29), pro jejíž řešení jsme předpokládali dielektrickou funkci plazmatu ve tvaru (2.30). Pološířku spektrální čáry můžeme přibližně odhadnout pomocí frekvence kmitů částic zachycených vlnou ω_k podle vztahu

$$\delta k \simeq \omega_k/v_f, \quad (6.3)$$

kde v_f je fázová rychlost původní plazmové vlny. Výpočet za našich podmínek dává výsledek $\delta k\lambda_D \simeq 0,049$. Nejvyšší míru růstu tedy budou mít postranní módy s vlnovými čísly $k = k_e \pm \delta k$, kde $\delta k \simeq \omega_k/v_f$, což pro naše parametry dává výsledek, že postranní módy s nejvyšším růstem budou mít vlnová čísla $k\lambda_D = 0,286$ a $k\lambda_D = 0,384$. To zhruba odpovídá výsledkům numerických simulací zobrazených na obrázku 6.11. Další důvod opravňující nás k vyslovení této hypotézy jsme poznali v minulých oddílech, kdy jsme pozorovali zejména ve výsledcích simulací v plazmatu v blízkosti čtvrtiny kritické koncentrace drobné s časem se opakující výchylky amplitudy elektronové plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu. Jejich perioda se přibližně rovnala periodě kmitů elektronů ve vlně, a tak jsme je ztotožnili právě s tímto kolektivním pohybem v šířící se plazmové vlně. Poznamenejme, že vzniku sekundární nestability zachycených částic bylo v předcházejících simulacích záměrně zabráněno volbou řidšího diskretního spektra vlnových čísel.

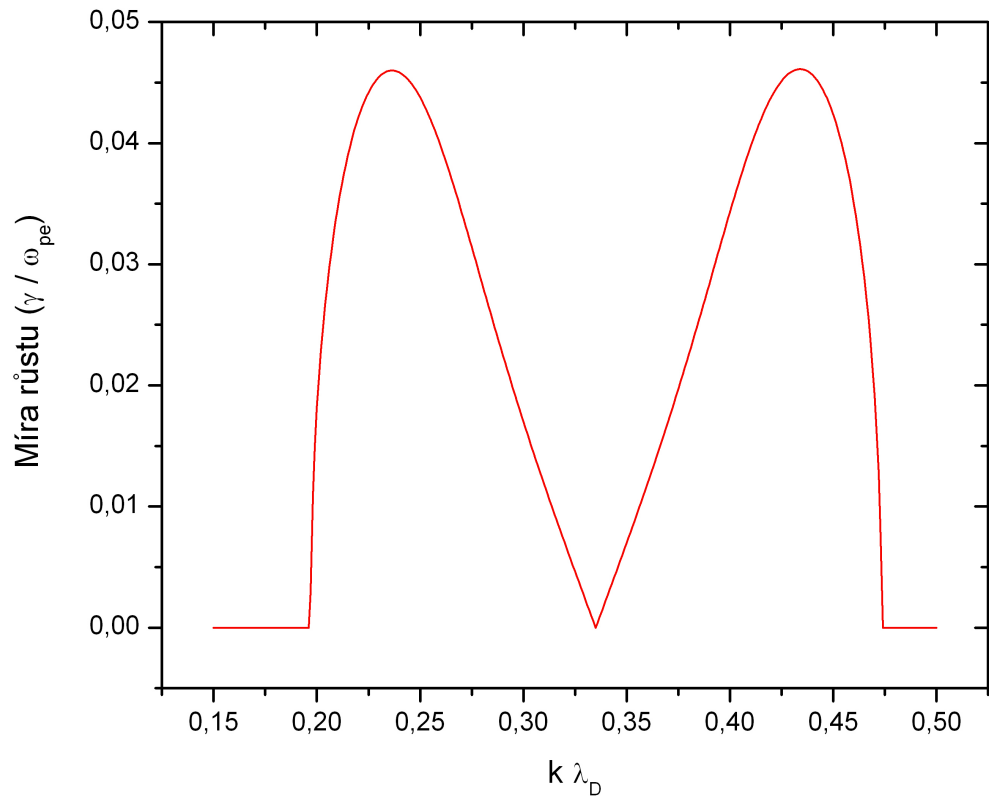
Známe-li poměr částic zachycených v původní elektrostatické vlně, řešením disperzní rovnice (2.29) obdržíme disperzní křivku, jejíž imaginární část udává míru růstu



Obrázek 6.14: Elektronová rozdělovací funkce průměrovaná přes několik prostorových period v čase $\omega_{pe}t = 110$, $\omega_{pe}t = 130$, $\omega_{pe}t = 170$ a $\omega_{pe}t = 290$. Pro porovnání je černě vyneseno Maxwellovo rozdělení.

této sekundární nestability na vlnovém čísle postranního módu. Za účelem sestavení správného fyzikálního obrazu procesů v plazmatu porovnáme tyto výsledky s výsledky získanými úplným numerickým modelem.

Pro sestavení disperzní křivky použijeme hodnoty získané z numerické simulace. Vlnové číslo dceřiné plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu je v našem případě $k\lambda_D = 0,335$. Situace je však v plném modelu Ramanovy nestability poněkud složitější, neboť v plazmatu neexistuje již zformovaná elektronová plazmová vlna, ale roste v průběhu plynoucího času. Z výsledků numerického modelu vyplývá, že výrazné rozšiřování spektrální čáry vlivem nestability zachycených částic (v tomto momentu je již spektrální čára mírně rozšířená efektem diskutovaným výše) začíná v numerickém modelu zhruba v čase $\omega_{pe}t \approx 170$, kdy dojde k prvnímu mírnému poklesu amplitudy elektronové plazmové vlny po saturaci jejího růstu způsobeném efektivním zachycováním elektronů v této vlně a kdy její hodnota dosahuje $e\lambda_D E/mv_T^2 \simeq 0,10$, z čehož odhadneme frekvenci houpání elektronů v elektronové plazmové vlně podle vztahu (2.27) $\omega_k/\omega_{pe} = 0,18$. Zbývá ještě určit podíl zachycených elektronů. K tomu použijeme obrázek 6.14, kde je zobrazena elektronová rozdělovací funkce průměrovaná přes několik prostorových period v časech $\omega_{pe}t = 110$, $\omega_{pe}t = 130$, $\omega_{pe}t = 170$ a $\omega_{pe}t = 290$. Integrací přes platu na chvostu

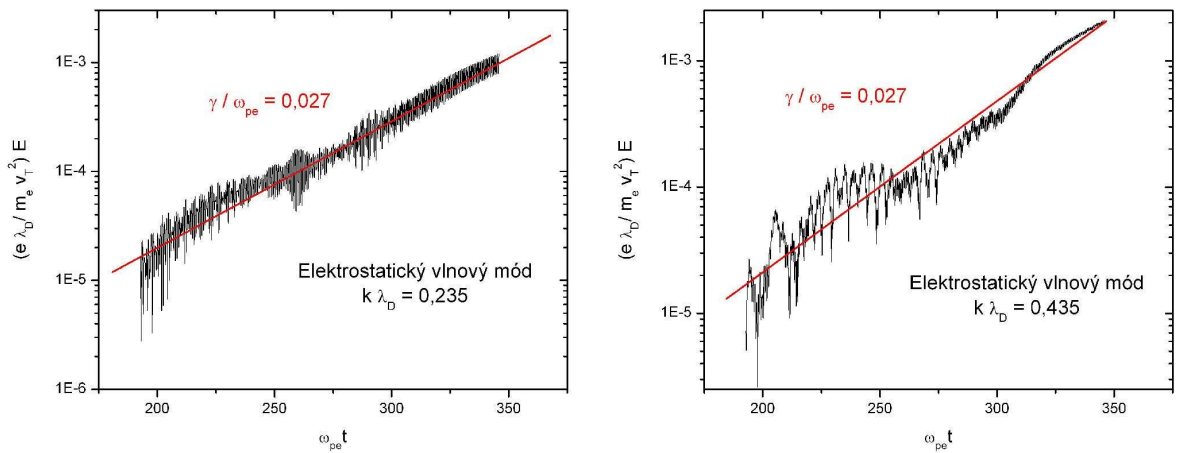


Obrázek 6.15: Míra růstu jako funkce vlnového čísla postranních módů dceřiné plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu.

rychlostního rozdělení signalizujícího zachycené elektrony získáme v čase $\omega_{pe}t = 170$ kýžený poměr s výsledkem $f_T = 0,122$, tj. 12,2 %.

Numerickým řešením disperzní rovnice (2.29), dostaneme závislost míry růstu a frekvence postranních módů dceřiné plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu na vlnovém čísle, která je zobrazena na obrázku 6.15. Výsledky jsou zde zobrazeny pro výše uvedené parametry vycházející z výsledků úplného modelu v čase $\omega_{pe}t = 170$. Ze srovnání s diskusí uvedenou výše je tedy patrné, že míra rozšíření spektrální čáry se výrazně zvýší s rostoucí hodnotou poměru počtu plazmovou vlnou zachycených elektronů a že nezávisí pouze na frekvenci kmitů ve vlně (2.27). Maximální růsty se nám tedy oproti zjednodušujícím předpokladům nezapočítávajícím množství zachycených elektronů posunou na módy s vlnovými čísly $k\lambda_D = 0,235$ a $k\lambda_D = 0,435$. Těmto vlnovým módům připadá podle jednočásticového modelu stejná míra růstu $\gamma/\omega_{pe} = 0,046$.

Situace v plném modelu je však mnohem komplikovanější. Nemáme zde totiž pouze jednu vlnu, která má schopnost zachycovat elektrony, ale musíme počítat i s dalšími módy, které interagují s částicemi plazmatu. Tímto způsobem skrz vytvoření nerezonančního kvazimódu se do procesu zapojuje plazmová vlna vytvořená při dopředném Ramanově rozptylu, která vytváří poměrně složitý profil elektrostatického potenciálu v plazmatu. Díky tomu nemůžeme podobně jako ve zjednodušeném modelu počítat se zachycenými elektrony jako s koherentním svazkem. Také musíme vzít v úvahu, že vzni-

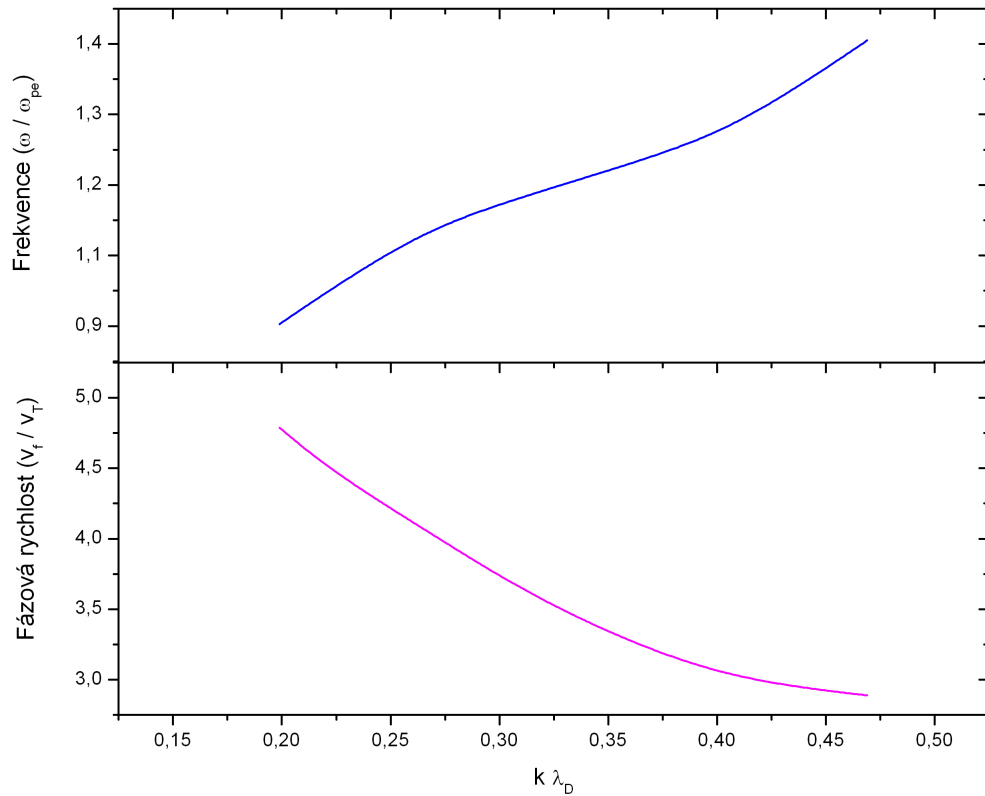


Obrázek 6.16: Porovnání časového vývoje dceřiné plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu v případě hustšího (modrá křivka) a řidšího (červená křivka) diskrétního spektra v numerickém modelu.

kající postranní módy (viz obrázku 6.15) mají fázovou rychlost velmi blízkou fázové rychlosti původní plazmové vlny, a tudíž mohou také efektivně zachycovat elektrony, čímž se vytváří prostor pro vznik další nestability zachycených částic. To se projeví v jakémsi stupňovitém růstu některých postranních módů. Situace je znázorněna na obrázku 6.12, kde je vynesena časová závislost těchto postranních módů získaná Vlasov-Maxwellovou simulací.

Dostatečně vzdálené módy nicméně zůstávají touto nestabilitou neovlivněny. Můžeme si na nich naopak demonstrovat platnost vyslovené hypotézy o výrazném vlivu nestability zachycených částic na rozšiřování spektrální čáry elektronové plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu. Podle tvaru disperzní křivky na obrázku 6.15 jsme s pomocí lineární teorie předpověděli polohu v k -spektru módů s největším růstem. Stejně vlnové módy mají významný růst i ve výsledcích plného Vlasov-Maxwellova modelu. Jejich časová závislost je na obrázku 6.16. Již bylo zmíněno, že jejich podstatný růst zaznamenáváme přibližně v čase $\omega_{pe}t = 170$. Míra jejich růstu zjištěná plným modelem ovšem plně neodpovídá výsledkům lineární teorie. To má snadné vysvětlení uvědomíme-li si, že do Vlasov-Maxwellova modelu jsme zejména kvůli stabilitě numerické integrace diferenciálních rovnic přidali člen zahrnující srážky elektronů s nehybným iontovým pozadím. Tento proces samozřejmě významným způsobem snižuje růst této nestability. K potlačení růstu postranních módů zároveň přispívá i bezsrážkové Landauovské tlumení projevující se zejména u módů s vyšším vlnovým číslem. Tento efekt lze dobře pozorovat na časovém vývoji elektrostatického spektra, kde pozorujeme zřetelné posun středu spektrální čáry plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu směrem doleva. S nestabilitou zachycených částic a rozšiřováním spektrální čáry je úzce spojen i rozpad původního rezonančního elektrostatického módu demonstrováný v dalším textu.

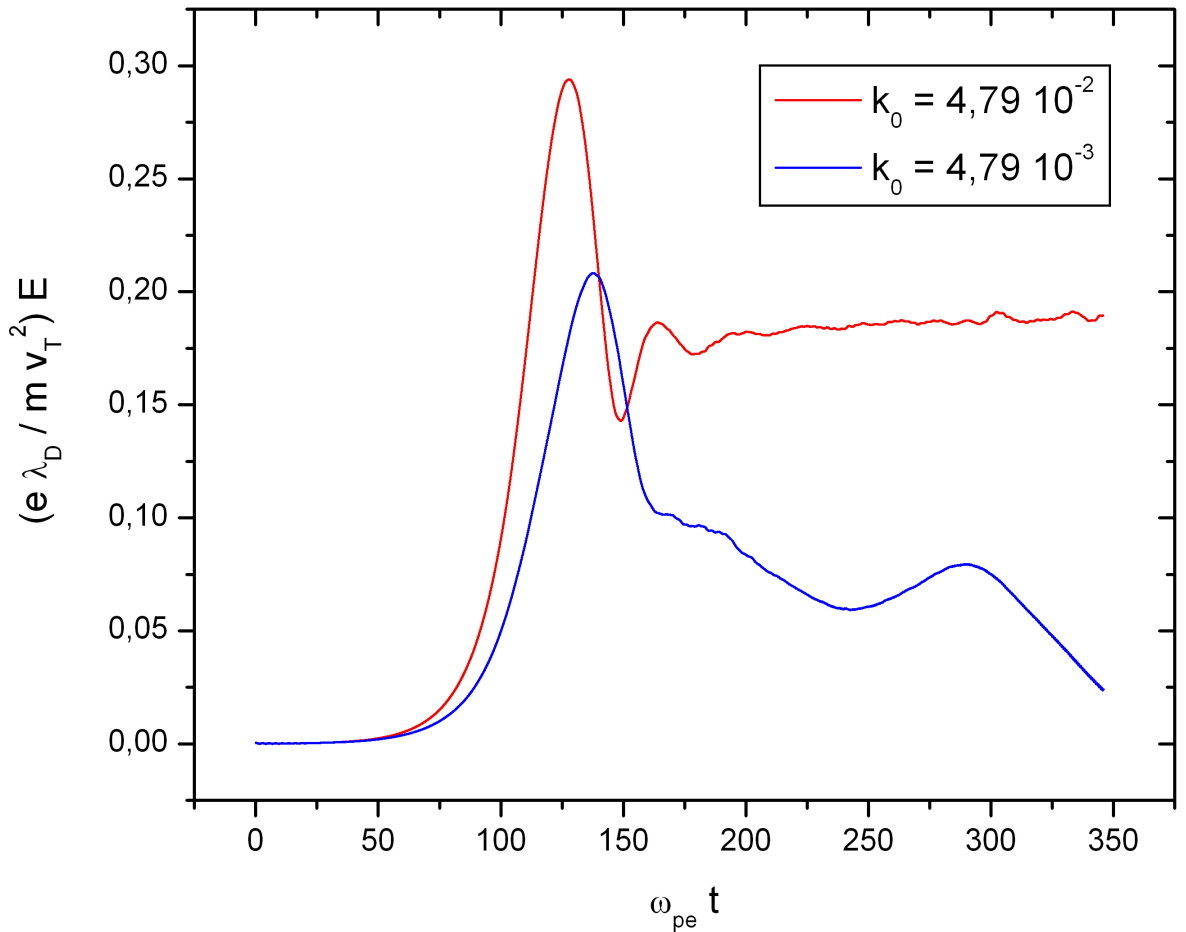
Nyní obraťme pozornost zpět k disperzní křivce nestability zachycených částic. Na obrázku 6.17 je zobrazena reálná část této charakteristiky udávající závislost frek-



Obrázek 6.17: Frekvence a fázová rychlost jako funkce vlnového čísla postranních módů dceřiné plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu.

vence postranních módů na vlnovém čísle. Pro názornost jsme připojili i závislost fázové rychlosti postranních módů. Z obrázku je zřejmé, že nestabilita zachycených částic dává vzniknout poměrně významným vlnovým módům s výrazně vyšší fázovou rychlostí. Tato skutečnost, jak uvidíme později má velký vliv na fázový prostor vedoucí ke zvětšení oblasti zachycování vlnového balíku oproti monochromatické vlně. Výtěžek urychlených elektronů se tedy společně s jejich kinetickou energií výrazně zvýší.

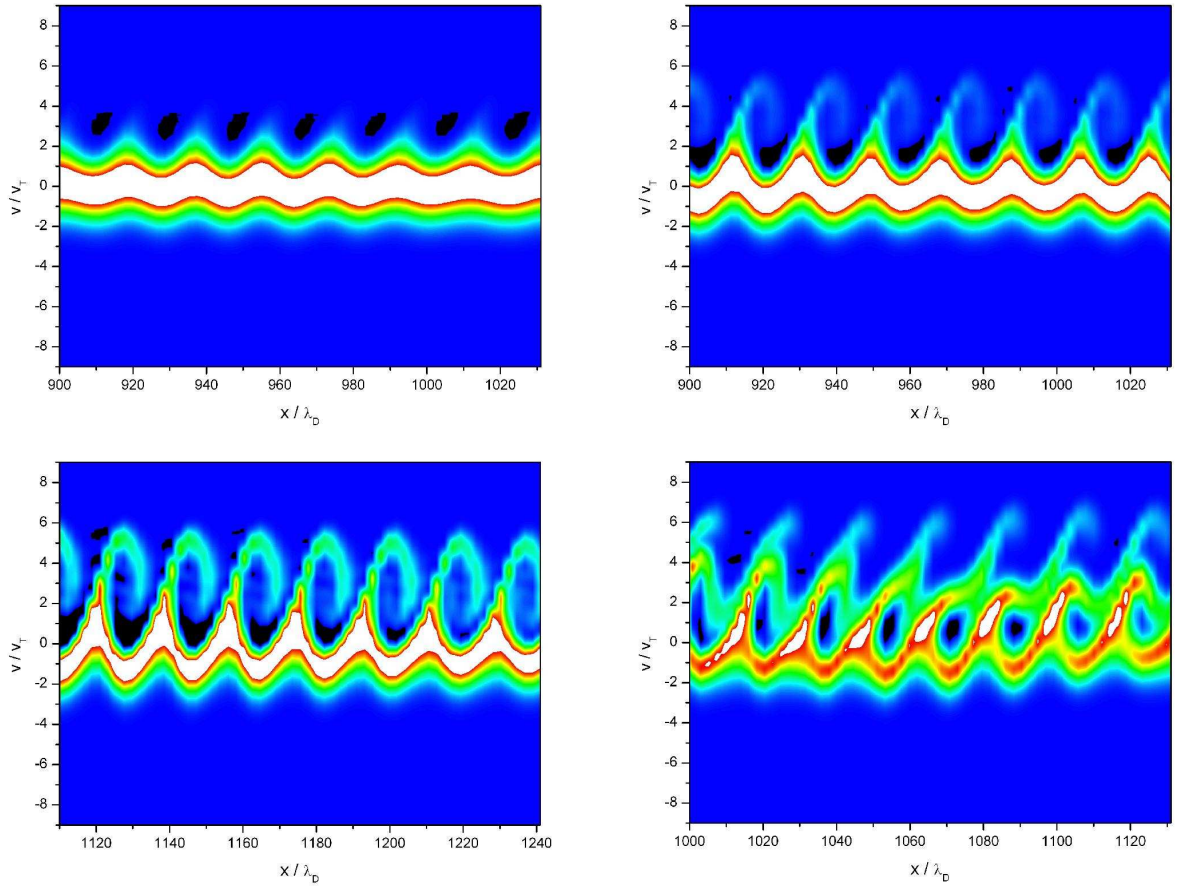
Na obrázku 6.18 je porovnání časového vývoje plazmové vlny získaný numerickým modelem za podmínek diskutovaných v minulém oddílu a přesnější variantou modelu prezentovanou v tomto oddílu. Vidíme, že se až do okamžiku, kdy začíná rozšiřování spektrální čáry ($\omega_{pet} \simeq 170$) je jejich evoluce kvalitativně stejná. V následující době se v případě řidšího diskretního spektra dosahuje rovnovážného stavu, zatímco v druhém případě dochází k silnému útlumu plazmové vlny. V případě hustšího spektra, kdy mohou vznikat postranní vlnové módy, je zřejmý pomalejší nárůst rezonančního vlnového módu. Dochází tedy k přesunu energie elektronové plazmové vlny do jejích postranních módů, který vrcholí úplným vymizením ústředního vlnového módu. Rozpad původního rezonančního elektrostatického módů, ve kterém se v průběhu časového vývoje systému mohla zachytit značná část elektronů, způsobí, že tyto elektrony jsou zachyceny v této době již velice významnými postranními módy s větší fázovou rychlostí. Jak uvidíme na závěr této kapitoly, tato skutečnost vede na vznik širokého plata na chvostu rychlostního



Obrázek 6.18: Porovnání časového vývoje dceřiné plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu v případě hustšího (modrá křivka) a řidšího (červená křivka) diskrétního spektra v numerickém modelu.

rozdělení.

Vraťme se však ještě k elektrostatickému spektru na obrázku 6.11. Jak již bylo napsáno, plazmová vlna s vlnovým číslem $k\lambda_D = 0,0431$ přísluší dopřednému Ramanovu rozptylu. Tato vlna má fázovou rychlost srovnatelnou s rychlostí světla ($v_f/v_T = 23,6$, přičemž $c/v_T = 24,4$) a nemůže tedy interagovat s elektrony plazmatu. A právě proto, že tato vlna nezachycuje elektrony, je výsledkem velmi úzká spektrální čára. Dodejme ještě, že dopředu jdoucí elektromagnetická vlna spojená s tímto módem má vlnové číslo $k\lambda_D = 0,149$. Interakce s elektrony však může být zprostředkována přes nerezonanční kvazimód vytvořený kombinací s rozšířenou spektrální čarou dceřiné plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu. Zde existují dvě možnosti. První z nich označená na obrázku 6.11 má vlnové číslo $k\lambda_D = 0,273$, zatímco druhá má vlnové číslo $k\lambda_D = 0,403$. První jmenovaný je na rozdílovém vlnovém čísle a má velmi nízkou fázovou rychlost $v_f/v_T \simeq 0,5$, což mu umožňuje interagovat s velkým množstvím elektronů v těle rychlostního rozdělení, zatímco druhý případ na součtovém vlnovém čísle má, jak je velmi dobře vidět na obrázku 3.3, fázovou rychlost mnohonásobně vyšší ($v_f/v_T \simeq 5,7$). Může



Obrázek 6.19: Vrstevnicové grafy elektronové rozdělovací funkce ve fázovém prostoru v časech $\omega_{pe}t = 110, 130, 170$ a 290 . Pro zobrazení je použito lineární měřítko a hodnoty rozdělovací funkce jsou v rozmezí $f = 0,0$ a $f = 0,3$.

se tedy účastnit procesu urychlování elektronů, neboť v době jeho formování již v té části fázového prostoru, který tento elektrostatický kvazimód ovlivňuje, je díky zachycování v plazmové vlně zpětného Ramanova rozptylu velké množství elektronů. K již popsaným rezonančním elektrostatickým vlnovým módům tedy přibývá další s významným vlivem na evoluci ve fázovém prostoru.

K obrázku 6.11 se ještě zbývá zmínit o vyšších harmonických rozšířené spektrální čáry plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu. Pro tyto nelineárně tvořené módy je charakteristické, že jejich fázová rychlost je shodná s fázovou rychlostí základní elektronové plazmové vlny, neboť jak jejich vlnová čísla tak frekvence jsou vždy stejným násobkem vlnového čísla respektive frekvence základního vlnového módu. Nemůžeme tedy očekávat, že budou dalším příspěvkem k procesu zachycování a urychlování elektronů v plazmatu. Jejich přítomnost ve výsledcích plného Vlasov-Maxwellova modelu je pouze důsledkem nelineárních vlnových interakcí. Všimněme si ještě, že jejich amplituda ubývá exponenciálně, přičemž se zachovává charakter rozšíření stejný jako v případě základního elektrostatického módu.

Na závěr ještě uvedeme asi nejzajímavější výsledek dosažený Vlasov-Maxwellovými simulacemi. Jedná se o časový vývoj elektronové rozdělovací funkce ve fázovém prostoru v případě, kdy je numerickým modelem umožněn vznik postranních elektrostatických módů v důsledku nestability zachycených částic. Na obrázku 6.19 je zachycena rozdělovací funkce ve fázovém prostoru v časech $\omega_{pe}t = 110, 130, 170$ a 290 ve vrstevnicovém grafu. Pro zobrazení je použito lineární měřítko a hodnoty rozdělovací funkce jsou v rozmezí $f = 0,0$ a $f = 0,3$. Z grafů na obrázku je zřejmé, že slabé počáteční perturbace ve fázovém prostoru se v rozmezí $\omega_{pe}t = 110$ a $\omega_{pe}t = 170$, kdy amplituda elektronové plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu dosahuje postupně saturační úrovně s vysokou hodnotou elektrického pole, rychle zesilují a postupně se ve fázovém prostoru vytváří struktury charakteristické pro dobře zachycené elektrony. Jedná se o struktury ve tvaru elips se středem ležícím v minimech elektrostatického potenciálu elektronové plazmové vlny. Vidíme také, že elipsy mají střed v rychlostním prostoru na místě fázové rychlosti plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu $v_f/v_T = 3,45$. Poznali jsme, že další vývoj systému je ovlivněn zejména významným rozšiřováním spektrální čáry zpětného Ramanova rozptylu také vlivem sekundární nestability zachycených částic, přičemž ústřední mód vybuzený rezonanční interakcí Ramanova rozptylu se rozpadl. Takto vytvořená složitá prostorová závislost potenciálu elektrostatické vlny má za následek komplikovanější trajektorie v původní plazmové vlně zachycených částic. Posun elektrostatického módu ve spektru směrem doleva způsobuje navíc mírné zvýšení fázové rychlosti vlny. V tento moment však do hry vstupují navíc elektrostatické kvazimódy vznikající nelineární interakcí mezitím narostlé plazmové vlny dopředného Ramanova rozptylu s vlnovým balíkem plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu. Výsledkem interakce elektronů plazmatu s takto složeným elektrostatickým potenciálem je složitá struktura ve fázovém prostoru vytvořená v čase $\omega_{pe}t = 290$ znázorněná na posledním grafu na obrázku 6.19. Vlivem současné existence mnoha elektrostatických módů a jejich interakce s částicemi v plazmatu dochází tedy k chaotizaci na chvostu rychlostního rozdělení elektronů projevujícího se vznikem rozsáhlého a vysokého plata.

Formování plata již bylo demonstrováno na obrázku 6.14, kde je zakreslena prostorově průměrovaná rozdělovací funkce ve stejných časech jako na obrázku 6.19. Zmíněné plato je díky posunu v elektrostatickém spektru posunuto k vyšším kinetickým energiím částic a zároveň díky intenzivnější interakci částic s mnoha elektrostatickými módy širší a vyšší než v případě výsledků simulací s řidším diskrétním spektrem uvedeném v předcházejícím oddílu. Oproti výsledkům minulého oddílu se tedy vlivem diskutovaných procesů v plazmatu zvýšil počet v elektronové plazmové vlně zachycených částic na $f_T = 25,9\%$ v čase $\omega_{pe}t = 290$.

Výsledky prezentované v tomto oddíle z hlediska tvorby elektrostatických vlnových módů a jejich následné interakce s částicemi plazmatu lze tedy shrnout do následujících bodů:

1. Rozšiřování spektrální čáry elektronové plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu je způsobeno kombinací následujících procesů:

- (a) Nedokonalé splnění rezonanční podmínky pro vlnová čísla v diskrétním spektru simulace způsobuje prvotní růst nejbližších vlnových módů.
 - (b) Vysoká amplituda rezonančního módů vede k nelineární interakci se sousedními módy (připomeňme počáteční podmínku ve tvaru bílého šumu) vedoucí k postupnému růstu postranních módů.
 - (c) Kmitavý pohyb v rezonančním plazmovém módu zachycených elektronů způsobuje sekundární nestabilitu zachycených částic vedoucí k dalšímu rozšiřování spektrální čáry.
2. Skrze nerezonanční kvazimód vytvořený nelineární kombinací s plazmovou vlnou zpětného Ramanova rozptylu je umožněna interakce elektronů v nerelativistickém plazmatu s elektrostatickou vlnou dopředného Ramanova rozptylu, jejíž fázová rychlost se blíží rychlosti světla.
 3. Detailní časový vývoj ve fázovém prostoru ukazuje na vznik globální kvaziperiodičnosti související s tím, že zachycování částic v elektrostatických módech vede k rozšiřování spektra nestabilitou zachycených částic a k potlačení mechanismu zachycování. Přerušení mechanismu zachycování vede zpětně k potlačení postranních módů a k nárůstu původní elektrostatické vlny. Tento děj se pak začíná opakovat, což do časového vývoje vnáší globální kvaziperiodicitu či intermitenci pozorovanou na našich časových snímcích fázového prostoru.
 4. Plato vytvořené na rychlostním rozdělení elektronů po interakci částic s popsanou škálou elektrostatických módů zahrnuje přibližně 25,9 % ze všech elektronů v plazmatu.

Kapitola 7

Shrnutí a diskuse dosažených výsledků

Předložená disertační práce se primárně zabývala studiem stimulovaného Ramanova rozptylu v laserovém plazmatu. Za tímto účelem byl vyvinut jednorozměrný elektromagnetický Vlasov-Maxwellův model využívající Fourier-Hermiteovy transformační metody, kdy pro rozvoj elektronové rozdělovací funkce podle rychlosti je využito Hermiteovy řady a podle souřadnice Fourierovy řady, poprvé použitou Armstrongem, Hardingem, Knorrem a Montgomerym pro popis nelineárního stadia Landauova útlumu v elektrostatickém případě. Model popisoval nerelativistické plazma, kde iontové pozadí bylo díky hmotnosti iontů považováno za homogenní a nehybné. Zejména kvůli numerické stabilizaci použité transformační metody byly v modelu započteny srážky částic plazmatu přidáním zjednodušeného Fokker-Planckova členu do Vlasovovy rovnice, který ve Fourier-Hermiteově reprezentaci působí zejména na vyšší členy Hermiteova rozvoje. Fourierův rozvoj rozdělovací funkce podle prostorové souřadnice si navíc vynucuje podmínku periodického plazmatu. Zmíněná omezení modelu nám přesto dovolují studovat procesy v plazmatu o teplotě do několika keV , které je typicky produkováno při experimentech s nanosekundovými a mírně kratšími laserovými pulsy, na jejichž základě jsou konstruována nejmodernější obrovská zařízení ve Spojených státech, Francii, Japonsku, Rusku a Číně. Tato zařízení mají kromě jiného sloužit i k výzkumu na poli řízené termonukleární fúze, kde se v některých konceptech počítá s použitím dutin s palivovou kapslí, u jejichž vstupních okének se typicky tvoří téměř homogenní a řídké plazma. Takové plazma je podle závěrů této a dalších prací živnou půdou pro vznik parametrických nestabilit, mezi něž patří i stimulovaný Ramanův rozptyl, které pak výrazně ovlivňují celý experiment. Jejich teoretické zvládnutí je proto nezbytné pro úspěch na tomto poli výzkumu. My jsme však parametry počítačových výpočtů včetně elektron-iontové srážkové frekvence volili v souladu s experimentem PALS, na kterém jsou mimo jiné studovány procesy napomáhající produkci svazků vysoce nabitých iontů z pevného terče osvětleného fokusovaným svazkem výkonového laseru. V textu jsme uvedli, že nemalou úlohu při procesu iontového urychlování hrají opět parametrické nestability.

Z tohoto důvodu jsme v kapitole 2 uvedli přehled fyzikálních procesů ovlivňujících formování plazmové korony, abychom v následující kapitole popsali jev stimulo-

ného Ramanova rozptylu v takto utvořeném plazmatu. Hlavní důraz jsme přitom kladli na podmínky experimentu PALS, pro který jsme na základě jednoduché lineární teorie identifikovali oblasti laserové korony s převládajícím typem Ramanova rozptylu. To nám výrazně pomohlo při práci s Vlasov-Maxwellovým modelem. Ten je přesně popsán v kapitole 4, kde je uvedeno odvození použitých rovnic i jejich Fourier-Hermiteova transformace. Numerická stabilita řešení takto vzniklé soustavy obyčejných diferenciálních rovnic je detailně studována v kapitole 5. Výsledky této kapitoly dokázaly schopnost použitého modelu laserové korony podat relevantní popis v elektronovém fázovém prostoru zejména při použití Fokker-Planckova srážkového členu. Prokázali jsme výhody, které plynou z použití transformační metody, ale na druhou stranu jsme upozornili na jistá úskalí tuto metodu doprovázející. Numerická stabilizace metody zároveň otvírá cestu pro její aplikaci na vícerozměrnou úlohu, která je však mnohonásobně výpočetně náročnější přesto však aplikovatelná na moderních víceprocesorových systémech.

Část popisující dosažené fyzikální výsledky byla rozdělena na několik oddílů. V prvním z nich jsme ověřili správnost závěrů učiněných ve druhé kapitole použitím úplného Vlasov-Maxwellova modelu. Další oddíl byl věnován simulaci v oblasti plazmatické korony blízko čtvrtině kritické koncentrace, kde výrazně převládá zpětný Ramanův rozptyl, neboť fázová rychlost jeho dceřiné elektronové plazmové vlny je poměrně vysoká, což způsobuje malé bezesrážkové Landauovské tlumení. Výsledky plného modelu byly porovnány s výsledky metody detailně popsané v oddílu 3.6 založené na aproximaci pomalu měnících se obálek zúčastněných elektromagnetických a elektrostatických vln. Tento přístup v sobě nezahrnuje efekty spojené s částicemi zachycenými v plazmové vlně, takže porovnáním dosažených výsledků v obou případech lze jednoznačně identifikovat vliv zachycených elektronů na časovou evoluci jednotlivých vlnových módů.

Naproti tomu následující oddíl obsahoval výsledky simulaci v poněkud řidším plazmatu, kde fázová rychlost dceřiné elektrostatické vlny byla výrazně menší a kde jsme zaznamenali velmi silnou interakci zachycených elektronů s touto vlnou, která vedla k velmi brzké saturaci růstu rezonančních vln. Nemohli jsme tedy očekávat ani rámcovou shodu s obálkovým modelem, kde jsou saturační úrovně amplitud rezonančních vln určeny pouze nelineární interakcí těchto vln. Zato zde byla prokázána možnost sekundární nestability řízené rezonančním Ramanovým rozpadem zpětně rozptýlené elektromagnetické vlny s dostatečně velkou amplitudou. Z pochopitelných důvodů zde dochází ke zpětnému rozptylu této vlny, což ve svých důsledcích dává vzniknout zpětně jdoucí elektronové plazmové vlně s výraznou schopností zachycovat a urychlovat elektrony ve směru od terče. Tento proces výrazně snižuje Ramanovu reflektivitu. Z numerických simulací jsme obdrželi hodnotu Ramanovy reflektivity $R = 2,7 \%$, která po saturaci růstu Ramanovy kaskády klesla na hodnotu $R = 1,3 \%$, tedy o více než polovinu. Zároveň ve zpětné (vzhledem ke směru šíření laserového svazku) elektrostatické vlně zachycené elektrony urychlují expanzi plazmové korony, čímž se může výrazně zamezit rekombinaci iontů a tak v experimentu vyprodukovat svazky vysoce nabitých a urychlených iontů použitelné pro mnoho aplikací blíže zmiňovaných v úvodu práce.

Abychom mohli pozorovat efekty spojené se stimulovaným Ramanovým rozptylem v laserovém plazmatu, zjemnili jsme diskrétní spektrum v numerickém modelu. Výrazně se sice zvýšila spotřeba procesorového času, ale zato jsme získali podstatné zpřesnění fyzikálního obrazu evoluce va fázovém procesu. Oproti předchozím simulacím se totiž ve spektru objevily čáry příslušející k dopřednému Ramanovu rozptylu, který však díky vysoké fázové rychlosti jeho elektronové plazmové vlny nemůže interagovat s částicemi plazmatu přímo, ale může nelineárně kombinovat s elektrostatickou vlnou zpětného Ramanova rozptylu za vzniku nerezonančního kvazimódu s „fázovou rychlostí“, která mu umožňuje interakci s velkým množstvím elektronů. Velmi zajímavý fyzikální výsledek práce je také rozšiřování spektrální čáry elektrostatické vlny zpětného Ramanova rozptylu způsobený kmitavým pohybem zachycených elektronů vedoucí k modulaci elektronové koncentrace a následně ke vzniku postranních módů. Prokázali jsme, že tyto módy mají opět silnou tendenci zachycovat elektrony (mají fázovou rychlost velmi blízkou ústřednímu vlnovému módu) s obdobnými důsledky v podobě sekundární nestability zachycených částic jako v případě Ramanovsky rezonanční elektronové plazmové vlny. Celý proces vede k postupné chaotizaci ve fázovém prostoru projevující se komplikovanými fázovými trajektoriemi elektronů. Domníváme se, že tento proces vede ve svém konečném důsledku ke vzniku širokého pláta na prostorově středované elektronové rozdělovací funkci. Bez zajímavosti není ani generace vyšších harmonických dobře viditelná na elektrostatickém spektru.

Můžeme tedy shrnout, že simulace ukazuje na velmi komplikovanou nelineární časovou evoluci systému. Nicméně postupným prohlubováním schopností numerického Vlasov-Maxwellova modelu se podařilo identifikovat hlavní mechanismy ovlivňující časový vývoj systému, z nichž některé byly interpretovány použitím výpočtů na úrovni lineárních teorií.

Fyzikální závěry učiněné na základě výsledků Vlasov-Maxwellových simulací v homogenním periodickém laserovém plazmatu jsou:

1. Výsledná hodnota Ramanovy reflektivity je silně závislá na elektronové koncentraci plazmatu, která určuje fázovou rychlost rezonanční elektronové plazmové vlny zpětného Ramanova rozptylu. V hustším plazmatu blízko čtvrtiny kritické koncentrace vzniká při Ramanově nestabilitě plazmová vlna s poměrně vysokou fázovou rychlostí, což ve svém důsledku znamená také vysokou Ramanovu reflektivitu. Naproti tomu v řídkém plazmatu se silnou interakcí elektronů s plazmovou vlnou Ramanova rozptylu dochází velmi brzo k saturaci růstu nestability s výslednou malou Ramanovou reflektivitou a tedy efektivním přenosem energie laseru na kritickou plochu.
2. Efektivnějšího urychlování elektronů lze dosáhnout v hustším plazmatu, kde je fázová rychlost Ramanovým rozptylem generované plazmové vlny poměrně vysoká a její amplituda dosahuje obrovské hodnoty. V této vlně zachycené elektrony pak vytvářejí v energetickém spektru úzký svazek.

3. Interakce částic plazmatu s plazmovou vlnou dopředného Ramanova rozptylu je v nerelativistickém plazmatu umožněna skrz interakci s elektrostatickým nerezonančním kvazimódem vytvořeným nelineární kombinací plazmových vln dopředného a zpětného Ramanova rozptylu.
4. Působením mnoha současně existujících elektrostatických módů na částice v plazmatu dojde k chaotizaci ve fázovém prostoru a vytvoření širokého a vysokého pláta na rychlostním rozdělení elektronů, což v podstatě znamená vznik druhé generace elektronů s vyšší teplotou než byla původní. Tímto procesem tedy dochází k ohřevu korony laserového plazmatu.

Zmínili jsme se již, že podle našeho názoru je použitá metoda schopna dát přesný popis vývoje ve fázovém prostoru a že je tedy možné použít model rozšířit i na více-rozměrné úlohy, bez jejichž řešení nebudeme schopni úplně popsat procesy probíhající po dopadu laserového svazku do zformované plazmatické korony. Vzhledem k neustálým snahám o zkracování laserových pulsů a tím dosažení obrovských intenzit elektromagnetického pole ve fokusu na terčiku bude zároveň důležité započítat do modelu relativistické efekty. Považujeme zároveň za vhodné v budoucnu porovnat výsledky dosažené tímto způsobem s jinými přístupy kinetiky, jako jsou semi-Lagrangeovské metody řešení Vlasovovy rovnice nebo metoda PIC.

Poděkování

Práce byla podporována z grantů č. 202/00/1217 a č. 202/05/2745 Grantové agentury České republiky, z projektu Výzkumného centra Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky č. LN00A100 a z projektu Evropské unie, kontrakt HPRI-CT-1999-00053. Za cenné konzultace patří poděkování také Dr. Karlu Rohlenovi. V neposlední řadě děkuji své rodině a přítelkyni za soustavnou podporu při práci na zadaném tématu.

Seznam autorových publikací

Pro úplnost uvádíme seznam autorových příspěvků publikovaných v mezinárodních časopisech a ve sbornících mezinárodních konferencí. Většina z nich je přímo spojená s tématem disertační práce, která obsahuje výsledky v nich publikované. Ostatní se tématu dotýkají pouze okrajově. Mimo tyto práce autor prezentoval další příspěvky na mezinárodních konferencích, seminářích katedry Elektroniky a vakuové fyziky MFF UK a byl v kontaktu s mezinárodní vědeckou komunitou.

Publikace v odborných časopisech

1. Mašek M., Rohlena K.: Kinetics of the Raman instability in laser plasma, Czech. J. Phys. 55(8), 973, 2005
2. Rohlena K., Láska L., Jungwirth K., Krása J., Krouský E., Mašek M., Pfeifer M., Ullschmied J., Badziak J., Parys P., Wołowski J., Gammino S., Torrisi L., Boody F. P.: Characteristics and applications of ion streams produced by long-pulse lasers, Plasma Phys. Control. Fusion 47 (2005), B503
3. Rohlena K., Láska L., Jungwirth K., Krása J., Krouský E., Mašek M., Pfeifer M., Badziak J., Parys P., Wołowski J., Gammino S., Torrisi L.: Ions from expanding laser plasmas, J. Phys. IV France, accepted for publication
4. Mašek M., Rohlena K.: Kinetic processes in the laser corona heated by a nanosecond iodine laser, Czech. J. Phys. 56 (Suppl. D), 2006
5. Mašek M., Rohlena K.: Novel features in the non-linear Raman instability in laser plasma, submitted

Publikace ve sbornících mezinárodních konferencí

1. Mašek M., Rohlena K.: Application of Euler-Vlasov method for laser plasma. Stimulated Raman scattering., Proceedings of contributed papers, 11th Annual Conference of Doctoral Students WDS '02, Part II, editor J. Šafránková, Praha 2002, p. 400

2. Mašek M., Rohlena K.: Euler-Vlasov Approach applied to the Wave Transformation in Laser Plasma, XXVII ECLIM 2002, eds. O. N. Krokhin, S. Yu. Gus'kov and Yu. A. Merkul'ev, Moscow 2002, p. 525
3. Mašek M., Rohlena K.: Numerical study of Raman scattering in laser plasmas, Proceedings of contributed papers, 12th Annual Conference of Doctoral Students WDS '03, Part II, editor J. Šafránková, Praha 2003, p. 358
4. Mašek M., Rohlena K.: Evolution of EDF in a laser plasma at SRS, Proceedings of contributed papers, 13th Annual Conference of Doctoral Students WDS '04, Part II, editor J. Šafránková, Praha 2004, p. 293
5. Mašek M., Rohlena K.: Evolution of electron distribution function in a laser plasma at SRS, 31st European Physical Society Conference on Plasma Physics, Imperial College, London 2004
6. Mašek M., Rohlena K.: Kinetics of the Raman Instability in a Laser Plasma, Proceedings of contributed papers, 14th Annual Conference of Doctoral Students WDS '05, Part II, editor J. Šafránková, Praha 2005, p. 383
7. Mašek M., Rohlena K.: Electron Gas at Raman scattering of laser beam, 32nd European Physical Society Conference on Plasma Physics, Tarragona 2005
8. Mašek M., Rohlena K.: The Formation of Plateau on the Electron Distribution in the Presence of SRS due to a Trapped Particle Instability, Proceedings of contributed papers, 15th Annual Conference of Doctoral Students WDS '06, Part II, editor J. Šafránková, Praha 2006,
9. Mašek M., Rohlena K.: Kinetic simulations of electron gas in the presence of SRS, 33rd European Physical Society Conference on Plasma Physics, Rome 2006

Literatura

- [1] ANGOT, A. *Užitá matematika pro elektrotechnické inženýry*. české vydání, SNTL, 1971.
- [2] ARMSTRONG, T. P., HARDING, R. C., KNORR, G., AND MONTGOMERY, D. Solution of Vlasov's equation by transform methods. In *Methods in Computational Physics* (London, 1970), B. Alder, S. Fernbach, and M. Rotenberg, Eds., 9, Academic Press, pp. 29–86.
- [3] BERGMANN, A. The influence of electron trapping on stationary Langmuir waves. *Phys. Fluids* 31, 11 (1988), 3266.
- [4] BERGMANN, A., AND MULSER, P. Breaking of resonantly excited electron plasma waves. *Phys. Rev. E* 47, 5 (1993), 3585.
- [5] BERTRAND, P. Vlasov code applications. In *Proceedings of ISSS-7, 26-31 March, 2005* (2005).
- [6] BERTRAND, P., GHIZZO, A., JOHNSTON, T. W., SHOUCRI, M., FIJALKOW, E., AND FEIX, M. R. A nonperiodic Euler-Vlasov code for the numerical simulation of laser-plasma beat wave acceleration and Raman scattering. *Phys. Fluids B* 2, 5 (1990), 1028.
- [7] BERTRAND, P., GHIZZO, A., KARTTUNEN, S. J., PÄTTIKANGAS, T. J. H., SALOMAA, R. R. E., AND SHOUCRI, M. Simulations of wave-particle interactions in stimulated Raman forward scattering in a magnetized plasma. *Phys. Fluids B* 4, 11 (1992), 3590.
- [8] BERTRAND, P., GHIZZO, A., KARTTUNEN, S. J., PÄTTIKANGAS, T. J. S., SALOMAA, R. R. E., AND SHOUCRI, M. Generation of ultrafast electrons by simultaneous stimulated Raman backward and forward scattering. *Phys. Rev. E* 49, 6 (1994), 5656.
- [9] BERTRAND, P., GHIZZO, A., KARTTUNEN, S. J., PÄTTIKANGAS, T. J. S., SALOMAA, R. R. E., AND SHOUCRI, M. Two-stage electron acceleration by simultaneous stimulated Raman backward and forward scattering. *Phys. Plasmas* 2, 8 (1995), 3115.

- [10] BERTRAND, P., GROS, M., AND BAUMANN, G. Nonlinear plasma oscillations in terms of multiple-water-bag eigenmodes. *Phys. Fluids* 19, 8 (1976), 1183.
- [11] BOBIN, J. L. High intensity laser plasma interaction. *Phys. Reports* 122, 4 (1985), 173–274.
- [12] BRUNNER, S., AND VALEO, E. J. Trapped-particle instability leading to bursting in stimulated Raman scattering simulations. *Phys. Rev. Lett.* 14, 93 (2004), 145003.
- [13] BULANOV, S. V., PEGORARO, F., AND PUKHOV, A. M. Two-dimensional regimes of self-focusing, wake field generation, and induced focusing of a short intense laser pulse in an underdense plasma. *Phys. Rev. Lett.* 74, 5 (1995), 710.
- [14] BULANOV, S. V., PEGORARO, F., PUKHOV, A. M., AND SAKHAROV, A. S. Transverse-wake wave breaking. *Phys. Rev. Lett.* 78, 22 (1997), 4205.
- [15] CALIFANO, F., AND LONTANO, M. Vlasov-Maxwell simulations of high-frequency longitudinal waves in a magnetized plasmas. *Phys. Rev. E* 67 (2003), 056401.
- [16] CHEN, F. F. *Úvod do fyziky plazmatu*. české vydání, Academia, 1984.
- [17] CHENG, C. Z., AND KNORR, G. The integration of the Vlasov equation in configuration space. *J. Comput. Phys.* 22 (1976), 330.
- [18] COFFEY, T. P. Breaking of large amplitude plasma oscillations. *Phys. Fluids* 14, 7 (1971), 1402.
- [19] DECKER, C. D., MORI, W. B., AND KATSOULEAS, T. Particle-in-cell simulations of Raman forward scattering from short-pulse high-intensity lasers. *Phys. Rev. E* 50, 5 (1994), R3338.
- [20] DEMARIA, A. J., STETSER, D. A., AND HEYNAU, H. Self mode-locking of lasers with saturable absorbers. *Applied Physics Letters* 8, 7 (1966), 174–176.
- [21] DRAKE, J. F., KAW, P. K., LEE, Y. C., SCHMIDT, G., LIU, C. S., AND ROSENBLUTH, M. N. Parametric instabilities of electromagnetic waves in plasmas. *Phys. Fluids* 17 (1974), 778.
- [22] ELIEZER, S. *The interaction of high-power lasers with plasmas*. Institute of Physics Publishing, 2002.
- [23] ESTABROOK, K. G., KRUEER, W. L., AND LASINSKI, B. F. Heating by Raman backscatter and forward scatter. *Phys. Rev. Lett.* 45 (1980), 1399.
- [24] FERNÁNDEZ, J. C., COBBLE, J. A., FAILOR, B. H., DUBOIS, D. F., MONTGOMERY, D. S., ROSE, H. A., VU, H. X., WILDE, B. H., WILKE, M. D., AND CHRIEN, R. E. Observed dependence of stimulated Raman scattering on ion-acoustic damping in hohlraum plasmas. *Phys. Rev. Lett.* 77 (1996), 2702.

- [25] FIJALKOW, E. A numerical solution to the Vlasov equation. *Comput. Phys. Commun.* 116 (1999), 319.
- [26] FILBET, F., AND SONNENDRÜCKER, E. Comparison of Eulerian Vlasov solvers. *Comput. Phys. Commun.* 150 (2003), 247.
- [27] FILBET, F., SONNENDÜCKER, E., AND BERTRAND, P. Conservative numerical schemes for the Vlasov equation. *J. Comput. Phys.* 172 (2001), 166.
- [28] FISHER, D. L., AND TAJIMA, T. Enhanced Raman forward scattering. *Phys. Rev. E* 53, 2 (1996), 1844.
- [29] FORSLUND, D. W., KINDEL, J. M., AND LINDMAN, E. L. Theory of stimulated scattering processes in laser-irradiated plasmas. *Phys. Fluids* 18, 8 (1975), 1002.
- [30] FUCHS, V. Nonlinear theory of stimulated backscattering in a bounded dissipative plasma. *Phys. Fluids* 19, 10 (1976), 1554.
- [31] FUCHS, V., KRAPCHEV, V., RAM, A., AND BERS, A. Diffusion of electrons by coherent wavepackets. *Physica* 14 (1985), 141.
- [32] GAGNÉ, R. R. J., AND SHOUCRI, M. M. A splitting scheme for the numerical solution of a one-dimensional Vlasov equation. *J. Comput. Phys.* 24 (1977), 445.
- [33] GHIZZO, A., BERTRAND, P., LEBAS, J., JOHNSTON, T. W., AND SHOUCRI, M. M. A hybrid Eulerian Vlasov code. I. Study of high-frequency beatwave experiment and Manley-Rowe action evolution in a finite causal system. *Phys. Plasmas* 3, 2 (1996), 650.
- [34] GHIZZO, A., BERTRAND, P., SHOUCRI, M. M., JOHNSTON, T. W., FIJALKOW, E., AND FEIX, M. R. A Vlasov code for the numerical simulation of stimulated Raman scattering. *J. Comput. Phys.* 90 (1990), 431.
- [35] GHIZZO, A., BERTRAND, P., SHOUCRI, M. M., JOHNSTON, T. W., FIJALKOW, E., FEIX, M. R., AND DEMCHENKO, V. V. Study of laser-plasma beat wave current drive with an Eulerian Vlasov code. *Nucl. Fusion* 32, 1 (1992), 45.
- [36] GHIZZO, A., REVEILLE, T., BERTRAND, P., JOHNSTON, T. W., LEBAS, J., AND SHOUCRI, M. M. An Eulerian Vlasov-Hilbert code for the numerical simulation of the interaction of high-frequency electromagnetic waves with plasma. *J. Comput. Phys.* 118 (1995), 356.
- [37] GLEZER, E. N. In *Spectroscopy and Dynamics of Collective Excitations in Solids* (New York, 1997), DiBartolo, Ed., Plenum, p. 375.
- [38] GRANT, F. C., AND FEIX, M. R. Fourier-Hermite solutions of the Vlasov equations in the linearized limits. *Phys. Fluids* 10, 4 (1967), 696.

- [39] GRANT, F. C., AND FEIX, M. R. Transition between Landau and Van Kampen treatments of the Vlasov equation. *Phys. Fluids* 10 (1967), 1356.
- [40] HARGROVE, L. E., FORK, R. L., AND POLLACK, M. A. Locking of he[single bond]ne laser modes induced by synchronous intracavity modulation. *Applied Physics Letters* 5, 1 (1964), 4–5.
- [41] HARTMANN, D. A., AND DRISCOLL, C. F. Measurements of the trapped particle sideband instability compared to the macroparticle model. *Phys. Plasmas* 8, 7 (2001), 3457.
- [42] HASEROTH, H., AND HORA, H. In *Advances of Accelerator Physics and Technologies* (Singapore, 1993), E. Schopper, Ed., World Scientific Publishing Company.
- [43] HELLWARTH, R. W. In *Advances in Quantum Electronics* (New York, 1961), J. R. Singer, Ed., Columbia University Press, p. 334.
- [44] JOHNSTON, T. W., BERTRAND, P., GHIZZO, A., SHOUCRI, M. M., FIJALKOW, E., AND FEIX, M. R. Stimulated Raman scattering: Action evolution and particle trapping via Euler-Vlasov fluid simulation. *Phys. Fluids B* 4, 8 (1992), 2523.
- [45] JOSHI, C., TAJIMA, T., DAWSON, J. M., BALDIS, H. A., AND EBRAHIM, N. A. Forward Raman instability and electron acceleration. *Phys. Rev. Lett.* 47, 18 (1981), 1285.
- [46] JOYCE, G., AND KNORR, G. Numerical integration methods of the Vlasov equation. *J. Comput. Phys.* 8 (1971), 53.
- [47] KARTTUNEN, S. J. Spectral analysis of half harmonics emission from laser-plasmas. *Laser Part. Beams* 3, 2 (1985), 157.
- [48] KARTTUNEN, S. J., AND SALOMAA, R. R. E. Simultaneous stimulated Raman forward and backward scattering in hot, well-underdense plasmas. *Laser Part. Beams* 10, 1 (1992), 75.
- [49] KRACÍK, J., AND TOBIÁŠ, J. *Fyzika plazmatu*. Academia, 1966.
- [50] KRAPCHEV, V. B., AND RAM, A. K. Adiabatic theory for a single nonlinear wave in a Vlasov plasma. *Phys. Rev. A* 22, 3 (1980), 1229.
- [51] KRLÍN, L. Effect of trapped particles in the beat of two waves on the wave dynamics. *Czech. J. Phys B* 31 (1981), 383.
- [52] KRUEER, W. L. *The Physics of Laser Plasma Interactions*. Addison-Wesley Publishing Company, 1988.

- [53] KRUEER, W. L., DAWSON, J. M., AND SUDAN, R. N. Trapped-particle instability. *Phys. Rev. Lett.* *23*, 15 (1969), 838.
- [54] LANGDON, A. B., LASINSKI, B. F., AND KRUEER, W. L. Nonlinear saturation and recurrence of the two plasmon decay instability. *Phys. Rev. Lett.* *43* (1979), 133.
- [55] LINDL, J. Development of the indirect-drive approach to inertial confinement fusion and the target physics basis for ignition and gain. *Phys. Plasmas* *2* (1995), 3933.
- [56] MAIMAN, T. H. Stimulated optical radiation in ruby. *Nature* *187* (1960), 493.
- [57] MALÁ, Z. On the interaction of two beating electrostatic waves with plasma electrons. *Czech. J. Phys.* *52*, 1 (2002), 65.
- [58] MALÁ, Z., AND KRLÍN, L. The nonlinear interaction of waves generated by the stimulated Raman scattering with plasma in the PALS experiment. *unpublished results*.
- [59] MALKA, V. Laser plasma particle acceleration. In *Atoms and Plasmas in Super-Intense Laser Fields* (Bologna, 2004), D. Batani, C. J. Joachain, and S. Martellucci, Eds., Italian Physical Society, pp. 191–212.
- [60] MALKA, V., FRITZLER, S., LEFEBVRE, E., ALEONARD, M.-M., BURG, F., CHAMBARET, J.-P., CHEMIN, J.-F., KRUSHELNICK, K., MALKA, G., MANGLES, S. P. D., NAJMUDIN, Z., PITTMAN, M., ROUSSEAU, J.-P., SCHEURER, J.-N., WALTON, B., AND DANGOR, A. E. Electron acceleration by a wake field forced by an intense ultrashort laser pulse. *Science* *298* (2002), 1596.
- [61] MANLEY, J. M., AND ROWE, H. E. *Proc. I.R.E.* *47* (1959), 2115.
- [62] MAŠEK, M. *Aplikace Vlasovovy-Eulerovy metody na laserové plazma*. Diplomová práce, MFF UK, 2001.
- [63] MAŠEK, M., AND ROHLENA, K. Kinetics of the Raman instability in laser plasma. *Czech. J. Phys.* *55*, 8 (2005), 973.
- [64] MAX, C. E. Physics of the coronal plasma in laser fusion targets. In *Laser-Plasma Interaction Summer School, Les Houches, July 1980* (Amsterdam-New York-Oxford, 1982), R. Balian and J.-C. Adam, Eds., North-Holland Publishing Company, pp. 301–411.
- [65] MCINTOSH, G., HOUTMAN, H., AND MEYER, J. Measurement of growth rates and temporal behavior of stimulated Raman scattering in a CO₂-laser-produced plasma. *Phys. Rev. Lett.* *57* (1986), 337.

- [66] MCKINSTRIE, C. J., AND DUBOIS, D. F. A covariant formalism for wave propagation applied to stimulated raman scattering. *Phys. Fluids* 31, 2 (1988), 278.
- [67] MCKINSTRIE, C. J., AND SIMON, A. Nonlinear saturation of stimulated Raman scattering in a collisional homogeneous plasma. *Phys. Fluids* 28, 8 (1985), 2602.
- [68] MCKINSTRIE, C. J., AND SIMON, A. Nonlinear saturation of the absolute stimulated Raman scattering instability in a finite collisional plasma. *Phys. Fluids* 29, 6 (1986), 1956.
- [69] MCKINSTRIE, C. J., SIMON, A., AND WILLIAMS, E. A. Nonlinear saturation of stimulated Raman scattering in an homogeneous plasma. *Phys. Fluids* 27, 11 (1984), 2738.
- [70] MOCKER, H. W., AND COLLINS, R. J. *Appl. Phys. Lett.* 7 (1965), 270.
- [71] MOORE, C. I., TING, A., KRUSHELNICK, K., ESAREY, E., HUBBARD, R. F., HAFIZI, B., BURRIS, H. R., MANKA, C., AND SPRANGLE, P. Electron trapping in self-modulated laser wakefields by Raman backscatter. *Phys. Rev. Lett.* 79, 20 (1997), 3909.
- [72] NAKAMURA, T., AND YABE, T. Cubic interpolated propagation scheme for solving the hyper-dimensional Vlasov-Poisson equation in phase space. *Comput. Phys. Commun.* 120 (1999), 122.
- [73] NISHIKAWA, K. Parametric excitation of coupled waves, i. general formulation. *J. Phys. Soc. Japan* 24, 4 (1968), 916.
- [74] PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T., AND FLANNERY, B. P. *Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1992.
- [75] PUKHOV, A., AND MEYER-TER-VEHN, J. Laser wake field acceleration: the highly non-linear broken-wave regime. *Appl. Phys. B* 74 (2002), 355.
- [76] ROHLENA, K., KRÁLIKOVÁ, B., KRÁSA, J., LÁSKA, L., MAŠEK, K., PFEIFER, M., SKÁLA, J., PARYS, P., WOŁOWSKI, J., WORYNA, E., FARNY, J., MRÓZ, W., RUDSKOY, I., AND BRYUNETKIN, B. A. Ion production by lasers using high-power densities in a near infrared region. *Laser Part. Beams* 14 (1996), 335.
- [77] ROHLENA, K., LÁSKA, L., JUNGWIRTH, K., KRÁSA, J., KROUSKÝ, E., MAŠEK, M., PFEIFER, M., ULLSCHMIED, J., BADZIAK, J., PARYS, P., WOŁOWSKI, J., GAMMINO, S., TORRISI, L., AND BOODY, F. P. Characteristics and applications of ion streams produced by long-pulse lasers. *Plasma Phys. Control. Fusion* 47 (2005), B503.

- [78] ROHLENA, K., LÁSKA, L., JUNGWIRTH, K., KRÁSA, J., KROUSKÝ, E., MAŠEK, M., PFEIFER, M., BADZIAK, J., PARYS, P., WOŁOWSKI, J., GAMMINO, S., AND TORRISI, L. Ions from expanding laser plasmas. *J. Phys. IV France*, accepted for publication.
- [79] ROTH, M., BRAMBRINK, E., AUDEBERT, P., BASKO, M., BLAZEVIC, A., CLARKE, R., COBBLE, J., COWAN, T. E., FERNANDEZ, J., FUCHS, J., HEGLICH, M., LEDINGHAM, K., LOGAN, B. G., NEELY, D., RUHL, H., AND SCHOLLMER, M. Laser accelerated ions in ICF research prospects and experiments. *Plasma Phys. Control. Fusion* 47 (2005), B841.
- [80] ROUSSEAU, C., AMIRANOFF, F., LABAUNE, C., AND MATTHIEUSSENT, G. Suprathermal and relativistic electrons produced in laser–plasma interaction at 0.26, 0.53, and 1.05 μm laser wavelength. *Phys. Fluids B* 4 (1992), 2589.
- [81] SALCEDO, A., FOCIA, R. J., RAM, A. K., AND BERS, A. Studies of stimulated Raman backscattering and associated nonlinear laser-plasma interactions. *Nucl. Fusion* 43 (2003), 1759.
- [82] SHOUCRI, M. M., AND GAGNÉ, R. R. J. Splitting schemes for the numerical solution of a two-dimensional Vlasov equation. *J. Comput. Phys.* 27 (1978), 315.
- [83] STRICKLAND, D., AND MOUROU, G. Compression of amplified chirped optical pulses. *Opt. Commun.* 56 (1985), 219.
- [84] STROZZI, D. J., SHOUCRI, M. M., AND BERS, A. Study of laser plasma interactions using an Eulerian Vlasov code. *Comput. Phys. Comm.* 164 (2004), 159–159.
- [85] TABAK, M., HAMMER, J., AND GLINSKY, M. E. *Phys. Plasmas* 1 (1994), 1626.
- [86] TAJIMA, T., AND DAWSON, J. M. Laser electron accelerator. *Phys. Rev. Lett.* 43, 4 (1979), 267.
- [87] UMSTADTER, D., WILLIAMS, R., CLAYTON, C., AND JOSHI, C. Observation of steepening in electron plasma waves driven by stimulated Raman backscattering. *Phys. Rev. Lett.* 59 (1987), 292.
- [88] VILLENEUVE, D. M., BALDIS, H. A., AND BERNARD, J. E. Suppression of stimulated Raman scattering by the seeding of stimulated Brillouin scattering in a laser-produced plasma. *Phys. Rev. Lett.* 59 (1987), 1585.
- [89] WATT, R. G., BROOKS, R. D., AND PIETRYZK, Z. A. Observation of stimulated Raman backscatter from a preformed underdense plasma. *Phys. Rev. Lett.* 41 (1978), 170.
- [90] WEILAND, J., AND WILHELMSSON, H. *Coherent Non-Linear Interaction of Waves in Plasmas*. Pergamon Press, 1977.

- [91] WHARTON, C. B., MALMBERG, J. H., AND O'NEIL, T. M. *Phys. Fluids* 11 (1968), 1761.
- [92] WHITTAKER, E. T., AND WATSON, G. N. *A Course of Modern Analysis*. Cambridge at the University Press, 1927.
- [93] ZHANG, J., LIN, Y. T., SHENG, Z. M., MA, Y. Y., JIN, Z., CHEN, Z. L., KODAMA, R., MATSUOKA, T., TAMPO, M., TANAKA, K. A., TSUTSUMI, T., AND YABUUCHI, T. Bulk acceleration of ions in intense laser interaction with foams. *Plasma Phys. Control. Fusion* 47 (2005), B879.
- [94] ZHOU, J. P., TAFT, G., HUANG, C. P., MURNANE, M. M., KAPTEYN, H. C., AND CHRISTOV, I. P. Pulse evolution in a broad-bandwidth ti:sapphire laser. *Opt. Lett.* 19 (1994), 1149.