

Posudek vedoucího diplomové práce

### **Filip Lacina: Stochastické integrály**

Práce byla od počátku zamýšlená jako kompilační. Motivací pro její zadání byl vývoj ve stochastické analýze v posledních 10-15 letech, kdy začaly velkou úlohu hrát modely s náhodnými šумы, které

nejsou semimartingaly (typicky frakcionální Brownův pohyb) a tím vyvolanou potřebou vytvoření vhodné teorie integrace vůči takovým integrátorům. Následoval bouřlivý vývoj, který v současnosti stále pokračuje, při němž byla vyvinuta řada metod a přístupů, jak takovéto integrály chápat. Je zřejmé, že některé z těchto metod vedou v podstatě na ekvivalentní definice integrálu (případně s lišícími se množinami přípustných integrandů) a dá se říci, že stav této problematiky je momentálně značně nepřehledný.

Úkolem diplomanta bylo představit základní používané koncepty stochastických integrálů (použitelných pro řídicí procesy, které nejsou semimartingaly), tj. uvést definice, základní vlastnosti a co je známo o vztazích mezi nimi. Ucelená literatura k tomu v podstatě neexistuje, výsledky jsou většinou rozdrobeny v časopiseckých článcích.

Diplomant se tohoto úkolu zhostil tím že standardní přístupy shrnul do dvou delších kapitol věnovaných Skorochodovu integrálu, při čemž použil přístup přes Malliavinův počet (tj. operátor divergence, kapitola 1) a "pathwise" integrálu, definovanému po jednotlivých trajektoriích (v regulárním případě, kapitola 2). V kapitole 3 pak ještě stručněji zavede další méně používané typy integrálu.

Potenciálně velmi užitečná pro někoho, kdo se snaží vniknout do této problematiky, je kapitola 4 obsahující shrnutí - tedy základních definic uváděných typu integrálu, a zejména pak vztahy mezi nimi.

Poslední kapitola (5) je z hlediska cílů práce trochu navíc, je ale věnována tématice, jejíž studium by mohlo být v budoucnu slibné, a to i z hlediska tradičně v ČR studovaných témat. Jde o uvedení Kurzweilova integrálu do kontextu stochastické analýzy. V této části diplomová práce určitě překračuje rámec kompilační práce, pro výše uvedené typy integrátoru o tom pokud vím zatím nebylo dosud nic publikováno a otevírá to i možnosti rozšíření stávajících modelů. Samozřejmě, v této diplomové práci je to jen naznačeno.

K vlastnímu hodnocení práce:

Jak vyplývá z výše uvedeného, téma je aktuální a obtížné. I když práce byla míněna jako kompilační, je téma patrně obtížnější, než se mi zdálo, když jsem ji zadával. Z hlediska výběru látky a uspořádání nelze autorovi myslím nic vytknout - je samozřejmě otázka, zda měl zahrnout i poslední kapitolu, která představuje spíše jakousi předběžnou skicu (s výjimkou dlouhého důkazu vlastní autorovy věty 40). Na druhé straně, z hlediska dalšího rozvoje je tato část možná nejzajímavější.

První verzi této práce se diplomantovi nepodařilo obhájit, a to pro velké množství drobných chyb, z nichž některé byly vidět na první pohled. Zčásti to bylo možno přičíst na vrub nedůslednostem značení, drobným chybám v primárních zdrojích a zvyklostem různých autorů, kteří některé věci implicitně považují za splněné.

Jiné chyby však šly na vrub viditelnému chvatu v závěrečných fázích sepisování práce.

V této předkládané verzi byly výše uvedené nedostatky odstraněny zejména podle připomínek oponenta, o některých částech nebo např. způsobu zápisu je možno diskutovat.

Každopádně ale souhrn obsažený v kompilační části práce by se tak mohl stát určitým odrazovým můstkem pro zájemce o stochastickou analýzu přesahující teorii semimartingalů a o modelování pomocí takovýchto procesů.

Domnívám se, že práce splňuje požadavky kladené na diplomovou práci na MFF UK a doporučuji ji takto uznat.

V Praze, dne 2.6.2016

Bohdan Maslowski