

## POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE

Název: **Algebras over operads and properads**

Autor: **Bc. Lada Peksová**

Operády představují užitečný nástroj abstraktní algebry, umožňující jednotný abstraktní popis klíčových vlastností známých objektů „se součinem“, například asociativity a komutativity algeber. Původní algebry ve smyslu množin s jistými  $n$ -árními operacemi poté tvoří „reprezentace“ příslušných operád. Properády představují přímočaré zobecnění umožňující kompozice operací s více výstupy. Studium operád a properád má kromě nepochybného významu pro abstraktní matematiku i užitečné aplikace v matematické fyzice, mezi jinými například v strunové teorii pole.

Práce je rozdělena do čtyř kapitol. První rekapituluje zejména konstrukci volné operády a příslušných zobecnění (cyklické a modulární operády). Druhá kapitola použije tento postup k vyložení tzv. cobar konstrukce. Na příkladu operády Ass ukazuje, že algebry výsledné operády odpovídají  $A$ -nekonečno algebrám. Třetí kapitola velmi podrobně rozebírá vztah mezi algebrami a koalgebrami, včetně příslušných derivací a koderivací, včetně příkladu tenzorové koalgebry. To umožní užitečný popis  $A$ -nekonečno algeber pomocí tzv. Maurer-Cartanovy rovnice. Poslední kapitola shrnuje nejdůležitější výsledky této diplomové práce. Po úvodu do properád a zobecnění postupů z předchozích kapitol konstruuje cobar komplex nad tzv. Frobeniovou properádou. Hlavním obsahem kapitoly je následující odvození Maurer-Cartanovy rovnice pro algebry nad výslednou properádou.

Diplomová práce Lady Peksové se odvážně pouští do nelehkého úkolu přehledně a na omezeném prostoru shrnout definice a konstrukce z rozsáhlé a velmi abstraktní teorie. To přirozeně vede na nutnost jistého zjednodušení. Někdy by ovšem bylo třeba tu a tam přidat vysvětlující větu. Po matematické stránce se v práci nevyskytuje mnoho chyb. Na druhou stranu je cítit, že výsledný text byl šitý trochu horkou jehlou, větší pečlivost mohla být věnována zavedení konzistentního značení a jazykové stránce práce.

Zmíněné výtky nic nemění na celkové vědecké kvalitě práce. Zejména kombinatorické výpočty v poslední kapitole představují velmi užitečné doplnění bílých míst v existující literatuře.

Práci považuji za velmi dobrou a doporučuji ji uznat jako diplomovou práci.

**Jan Vysoký, Matematický ústav AV ČR**

**Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:**

- 1) Je pravda, že každá lineární akce grupy na vektorovém prostoru indukuje příslušnou akci na (algebraickém) duálu. V poznámce 2.1.3. se ale tvrdí, že grupa permutací musí na duálu vždy působit touto akcí. Myslím si, že to není pravda, akce se na duálu jednoduše takto vhodně *zvolí*. Existuje snad nějaký jiný důvod pro tvrzení v poznámce 2.1.3.?
- 2) Po definici operátoru delta na straně 23 se najednou objeví označení nožiček stromů množinami, bez předchozího vysvětlení. Co přesně se tím myslí?
- 3) Definice 2.1.8. Co znamená  $K$  na  $S$ , kde  $S$  je množina?

**Práci:**

- doporučuji**  
 nedoporučuji

uznat jako diplomovou práci.

**Navrhuji hodnocení stupněm:**

- výborně  **velmi dobře**  dobře  neprospěl/a

Místo, datum a podpis oponenta:

**Praha, 8.6.2016**

**Jan Vysoký**

## **Příloha, seznam objevených překlepů:**

- Str. 5, dvojité w místo x v definici vnějšího součinu;
- Str. 7, dole, má být correspond místo corresponds;
- Str. 8, definice 1.1.3. jsou v prostřední z rovnic špatně stupně zobrazení h;
- Str. 14, je ?? místo čísla obrázku;
- Str. 14, příklad 1.2.18. v definici nikde není alfa;
- Str. 16, dole, má být graphs místo graph;
- Str. 18, nahoře, má být compositions místo composition;
- Str. 22, uprostřed, má být have místo ahve;
- Str. 22, dole kolečko nemá m,n v horním indexu;
- Str. 26, uprostřed, v rovnici chybí det(T);
- Str. 27, dole, má být (2.4) gives us, ne (2.5);
- Str. 31, definice kohomorfismu by měla mít rozlišeny kosoučiny pro obě koalgebry;
- Str. 33, V (3.4) má být fí místo pí;
- Str. 34, nahoře chybí znaménko v definici  $f^{\#}$ ;
- Str. 35, v rovnici o dvě pod (3.11) chybí znaménko;
- Str. 36, nahoře se zavede tilda, v další rovnici (s deltou a pak s mí) je použita opačně;
- Str. 40, hned pod (3.26), kolečku chybí dolní ndex;