

POSUDEK DIPLOMOVÉ PRÁCE

Autor práce: Jakub Hrnčič

Název práce: Projection method applied to modelling blood flow in cerebral aneurysm

Předložená práce je věnována numerické simulaci proudění krve v mozkovém aneuryzmatu s cílem předpovědět pravděpodobnost prasknutí aneuryzmatu. Proudění krve je modelováno pomocí nestlačitelných Navierových–Stokesových rovnic formulovaných v první kapitole. Diskretizace je založena na projekčních metodách vyložených v kapitole 2. V třetí kapitole je popsána diskretizace úlohy metodou konečných prvků a její implementace. Čtvrtá kapitola obsahuje numerické výsledky.

Práce je zaměřena aplikačně a neobsahuje náročnější matematické úvahy. Je z ní však patrné, že autor se tématem intenzivně zabýval a hledal různé způsoby, jak se vypořádat s rozličnými potížemi spojenými s implementací metody. U diskusí řady problémů (např. v souvislosti s volbou okrajových podmínek pro rychlost či pro tlak) ale bohužel často není jasné, zda jsou uváděná tvrzení založena na studiu literatury či na numerických experimentech provedených autorem, a nebo zda se jedná pouze o autorovy úvahy. To do jisté míry snižuje hodnotu práce. Je nutno ocenit, že se autorovi podařilo projekční metody úspěšně naimplementovat a provést výpočty v reálné geometrii s výsledky srovnatelnými s dříve používaným přístupem, avšak vypočtenými podstatně efektivněji. Navíc byl program úspěšně otestován i na paralelním počítači. Práce je napsána pečlivě, přehledně a srozumitelně a obsahuje jen málo chyb a nejasností.

Je třeba zmínit, že název práce se liší od názvu uvedeného v zadání práce, konkrétně v názvu je nyní uvedeno "Projekční metoda" zatímco v zadání je "Projekční metody". To souvisí s tím, že podle zadání měla práce obsahovat přehled projekčních metod. Místo toho ale pouze uvádí některé metody a výsledky z článku Guermond, Mineev, Shen (2006), který je navíc špatně citován. K projekčním metodám existuje velmi bohatá literatura a bylo by vhodné zmínit alespoň základní práce. V tomto ohledu tedy zadání diplomové práce nebylo splněno.

Z kritických připomínek, které k práci mám, bych chtěl zmínit následující. Formulace projekčních metod ve druhé kapitole jsou neúplné, neboť chybí okrajové podmínky pro korekci a okrajové podmínky pro rychlost v prvním kroku metod jsou neúplné. Homogenní Neumannovu podmínku pro tlak na celé hranici nelze předepsat při nedorichletovské okrajové podmínce pro rychlost na části hranice, neboť rychlost získaná z prvního kroku projekční metody obecně nemá celkový tok hranicí nulový. Úloha z definice 1 obecně není řešitelná; je nutno přidat např. předpoklad $\operatorname{div} \mathbf{u}_{ext} = 0$. Použitá stabilizace popsaná v části 3.7 je nevhodná, neboť není konzistentní, a proto výrazně zvyšuje chybu přibližného řešení. To je vidět i z numerických experimentů.

K práci mám následující dotazy:

- Je realistické v uvažované aplikaci považovat krev za newtonovskou tekutinu?
- Co je míněno implicitní okrajovou podmínkou (pod (2.5)) resp. implicitním užitím okrajové podmínky (pod (3.14))?
- V práci je poměrně dost místa věnováno volbě okrajových podmínek pro případ, kdy část hranice výpočetní oblasti tvoří výtok a je tam nutno předepsat nederichletovskou okrajovou podmínku. Tento problém je uvažován ve zmíněném článku Guermond, Mineev, Shen (2006), což však v práci není vůbec uvedeno. Přitom autor upřednostňuje pro korekci stejnou okrajovou podmínku jako v tomto článku, zatímco okrajová podmínka pro rychlost uvažovaná v článku s dobrými výsledky je v práci hodnocena jako nevhodná (vztah (3.6)). To může souviset s tím, že v práci je uvažován jiný typ časové diskretizace. Proč nebyly tyto rozpory podrobněji zkoumány a proč nebyla pro časovou diskretizaci testována metoda BDF2, která je teoreticky podložena?
- Jak jsou voleny báze funkce prostoru Q_h v případě požadavku nulového integrálu přes Ω ?
- Na začátku třetí kapitoly je zmíněno, že jako testovací problém byla zvolena úloha s analytickým řešením (Womersley flow). Tato úloha však není v práci formulována, ani k ní nejsou prezentovány žádné výsledky (pominu-li letmé zmínky v textu). Přitom bylo možno této úlohy využít ke kvantitativnímu porovnání různých variant diskretizace. Proč nebyly do práce zařazeny žádné výsledky pro tuto úlohu?

Závěrem bych chtěl uvést, že se jedná se o práci menšího rozsahu, která počtem stran připomíná spíše práci bakalářskou. Nicméně práce působí dojmem, že autor jejímu sepsání věnoval značné úsilí, a proto ji navrhuji uznat jako diplomovou.

Praha, 28. 8. 2016

doc. Mgr. Petr Knobloch, Dr.